

XVII Seminario Venezolano de Geotecnia.

“Del Estado del Arte a la Práctica”

VIII CONFERENCIA GUSTAVO PEREZ GUERRA

**SIMULACION DE MONTE CARLO Y SU APLICACION A LA
INGENIERIA GEOTECNICA**

Prof. Ing. Roberto Rafael Centeno Werner⁽¹⁾

*Centeno Rodriguez & asociados. Ingenieros Consultores
Caracas – Venezuela*

Email: robertocenteno@telcel.net.ve

RESUMEN

La VIII Conferencia Gustavo Pérez Guerra ha sido dedicada a la presentación del Método de Simulación de Monte Carlo en la solución de problemas relacionados con el ejercicio de la ingeniería geotécnica. Cada vez es más frecuente el empleo de modelos matemáticos en los que las variables que representan las propiedades de los suelos son de tipo probabilístico; por cuanto las mismas presentan variabilidad inherente al proceso geológico y en muchos casos, incertidumbre debida a errores, omisiones en las técnicas de caracterización de dichas propiedades y a limitaciones en el volumen de información empleada. La herramienta *Cristal Ball Profesional 2000* resulta de gran utilidad para el estudio e interpretación de los resultados que producen estos modelos y para profundizar en aspectos que no pueden ser considerados en modelos de tipo determinístico.

¹ Profesor del Curso de Postgrado en “Mecánica de Suelos Avanzada” en la Escuela de Ingeniería Civil, Departamento de Ingeniería Vial de la Universidad Central de Venezuela. Ingeniero Director de Centeno Rodriguez & Asociados, Ingenieros Consultores. Caracas-Venezuela. Noviembre de 2.002

1. INTRODUCCION

Hace aproximadamente un año, cuando la Junta Directiva de la Sociedad Venezolana de Geotecnia me confirió el alto honor de elegirme para dictar la conferencia que lleva el nombre del ilustre maestro Gustavo Luis Pérez Guerra, medité detenidamente sobre el tema que escogería para esta importante ocasión y solicité la opinión de varios de mis colegas y de algunos profesores de diferentes universidades venezolanas. La mayoría de ellos me aconsejó que disertara sobre la materia que más he trajinado durante los últimos veinte años: “La aplicación de la estadística matemática y de la teoría de las probabilidades al campo de la ingeniería civil”.

Al analizar la sugerencia de mis distinguidos colegas y sopesar el conocimiento que llegué a tener del carácter y recia personalidad del maestro Pérez Guerra, concluí en que la mejor contribución que mi modesta persona podría dar a este evento especial, dedicado a su ilustre memoria, no era otra que poner al alcance de estudiantes y profesionales una herramienta de trabajo que les permitiera entender, en forma sencilla y a la vez precisa, la importancia y utilidad de los procesos de simulación probabilística, especialmente aquellos en los cuales se manejaran parámetros que presentan al mismo tiempo variabilidad e incertidumbre.

El maestro Pérez Guerra, además de haber sido un brillante y honesto ingeniero, combinó la sabiduría con la modestia y la paciencia y dedicó buena parte de su vida a la docencia, labor en la cual tuvo notable éxito, como lo demuestra el hecho de haber podido impartir enseñanza a varios cientos de ingenieros, quienes hoy ejercen la profesión siguiendo las normas éticas y morales que él les inculcó.

Gustavo fue en vida un ser especial, dotado de una fe inquebrantable y de una humildad que mantuvo hasta el día de su sentida desaparición física, por ello estoy seguro de que transitó el camino hacia la santificación y dio de sí todo lo que estuvo a su alcance para elevar la calidad humana de quienes fuimos sus discípulos.

La responsabilidad que implica dedicar una exposición técnica a su memoria, no sólo exige una preparación muy detallada de la misma, sino aferrarse a un poder de síntesis que permita presentar el tema en forma clara y accesible, con la finalidad de lograr el efecto que el Profesor Gustavo siempre tuvo en mente: ENSEÑANZA DE CALIDAD en forma entendible para todos.

En varias ocasiones tuve la necesidad de solicitar su consejo sobre temas relacionados con el diseño de fundaciones profundas y en otras, sobre la construcción de núcleos impermeables de presas de tierra. Era la época en la que me tocó desempeñarme como ingeniero residente de la construcción de la Represa de Camatagua. Siempre obtuve una cordial atención y una respuesta muy satisfactoria, y la acertada recomendación hacia la lectura de la bibliografía más reciente que

para esa época él conservaba en su biblioteca, la cual me permitía consultar con toda libertad, poniéndome siempre a disposición con suma cortesía un escritorio en su oficina de Chacao.

Lo que nunca podré olvidar es la seriedad de sus consejos y su recomendación de que no perdiera tiempo en detalles, ni en la utilización de modelos de respuesta que no pudieran ser validados. No obstante, siempre me recomendó observar las respuestas de campo para ver si se llegaban a parecer a las respuestas de los modelos matemáticos; por ello, tengo la costumbre de conformar bases de datos con las observaciones que, en el diario ejercicio de mi profesión, debo recabar en el campo.

El Dr, Gustavo, como solíamos llamarle, no era dado al empleo de modelos complicados y tenía lo que en la profesión médica se denominaba “ojo clínico”, siendo capaz de realizar pronósticos acertados sin el empleo de técnicas probabilísticas, cuyo manejo resultaba complicado en su tiempo por no disponer de procesadores de data.

Con el paso de los años los recursos tecnológicos han progresado notablemente y hoy se cuenta con computadoras Pentium IV muy veloces, capaces de procesar mucha data en escasos segundos. Este hecho ha venido ocurriendo en conjunción con una paulatina disminución de los recursos económicos y ha obligado a una relación consultor-cliente en la que el primero tiene que ofrecer garantías cuantitativas que sirvan para medir el riesgo de la inversión del cliente y para evaluar los Índices de Fiabilidad que sean compatibles con el uso que se le dará a la obra y con la expectativa que tenga el cliente sobre la funcionalidad de dicha obra.

La preparación de esta exposición me ha obligado a repasar y consultar un voluminoso cúmulo de referencias publicadas por expertos en mecánica de suelos e Ingeniería Geotécnica, en referencia con el tema de la Probabilidad Aplicada a la Geotecnia; destacando entre ellas las presentadas por Arthur Casagrande, 1965, Ref. (5); T. William Lambe, 1973, Ref (20), A Hettler, 1989, Ref (17), Nacional Research Council of Canada, 1995, Ref (26); Robert V. Whitman, 1997 Ref (31); Michael Duncan, 2000, Ref (11) y John Christian, Charles Ladd, Gregory Baeccher 2001. Ref(9); Kok-Kwang Phoon y Fred H Kulhawy (1998), Ref (28); A.I. Husein Malkawi, J.F.Hassan y S.K. Sarma (2001), Ref (21).

La determinación de la amenaza, del riesgo geotécnico o geológico debe ser hecha en términos cuantitativos y por ello es necesario medir la “fiabilidad” de los distintos componentes de la obra; así como la fiabilidad del modelo empleado por el consultor. Por este motivo el uso de la simulación por el Método de Monte Carlo le permite al ingeniero el empleo de procesos empíricos, a los cuales debe añadirse una componente heurística, fundamentada en la experiencia.

Todos los métodos de Simulación probabilística se fundamentan en la hipótesis de que las variables que emplean dichos modelos al ser comparadas como pares, o como conjunto, muestran

covarianzas muy bajas; *es decir que no presentan correlación entre ellas* y que por lo tanto son independientes entre sí.

El método de Monte Carlo no es la excepción y por ello debe ser manejado con sumo cuidado, para evitar evaluaciones de fiabilidad que pudieran ser sobrestimadas en perjuicio del proyecto, lo cual ocurre a menudo cuando se soslaya el análisis previo de posible correlación entre las variables de asunción. Para este tipo de análisis se emplea la MATRIZ DE CORRELACION, la cual será analizada, en forma detallada, más adelante en esta conferencia.

La imperiosa necesidad de entender cabalmente la respuesta de los modelos probabilísticos derivados de los procesos de simulación Monte Carlo, obliga a evaluar personalmente las respuestas de pronóstico y las distribuciones asumidas para los parámetros que constituyen la data de alimentación del modelo. Si la respuesta del modelo, por más sofisticación probabilística que se le asigne, no es parecida a la respuesta que dan los instrumentos de medición instalados en la obra, algo anda mal y el modelo original debe ser revisado.

En ocasiones se trata de errores “en la escogencia del criterio de falla “que represente mejor el caso, y resultan más frecuentes de lo que se pueda pensar. En otras ocasiones la respuesta depende de la precisión de los instrumentos empleados en la medición de las propiedades, en el cuidado que se ponga en la ejecución de los ensayos o de la escogencia del número de estimadores que alimentan al modelo.

El trabajo que hoy presento a la consideración de los asistentes a este XVII Seminario responde a la necesidad de poner a la disposición de colegas y alumnos una herramienta que les ayude a penetrar hacia el fondo de los problemas relacionados con el comportamiento aleatorio y/o estocástico de las variables que utilicen en los modelos asociados a la práctica de la ingeniería civil.

Como se desprende del estudio detallado de la literatura técnica existente, resulta imprescindible separar cuantitativamente la variabilidad de la incertidumbre. Este punto debe ser un “punto de honor” entre el promotor y un consultor geotécnico competente, pues la “*incertidumbre*” proviene frecuentemente de la escasa data y del ruido estadístico causado por sesgos externos generados por apuros impuestos por la programación “Fast Track”.

Al promotor o a su representante se le debe hacer resaltar la ventaja que obtiene al aceptar el programa de muestreo y de ensayos propuesto por el consultor geotécnico, demostrándole que opera en su propio beneficio económico, no obstante, tal cosa debe ser hecha en términos sencillos y proactivos demostrándole, SIN IMPOSICION ni PRESION, que deriva más beneficios económicos si está mejor informado. Por otra parte es indispensable que el promotor palpe y sienta la magnitud de los beneficios que obtendrá al eliminar la incertidumbre.

2. ORIGEN DE LOS METODOS DE SIMULACION

El ingeniero geotécnico es uno de los profesionales de la ingeniería civil que con mayor frecuencia debe recurrir a las PREDICCIONES, con el objeto de “adelantarse a los acontecimientos” y de lograr inducir a los clientes en la toma de decisiones seguras, duraderas y económicas.

Siempre me ha llamado la atención la clasificación de las PREDICCIONES hecha por T William Lambe en 1973, Ref (20). La cual cito textualmente traducida al idioma español, mediante la Tabla N° 1:

<i>Tipo</i>	<i>Oportunidad de la Predicción</i>	<i>Resultados de la Predicción</i>
<i>A</i>	<i>Antes del Evento</i>	-
<i>B</i>	<i>Durante el Evento</i>	<i>Desconocidos</i>
<i>B1</i>	<i>Durante el Evento</i>	<i>Conocidos</i>
<i>C</i>	<i>Después del Evento</i>	<i>Desconocidos</i>
<i>C1</i>	<i>Después del Evento</i>	<i>Conocidos</i>

Tabla N° 1

Lambe expresa entre otras cosas que la profesión tiene una gran necesidad de Predicciones de Tipo A, pues las de tipo C, aunque muy frecuentes, no son más que AUTOPSIAS.

La experiencia de quien hoy se dirige a ustedes, le permite concluir que, en Venezuela se practica cada vez más la “Ingeniería Geotécnica Forense”, la cual se asocia con la investigación de daños y fallas. Ello se debe a la falta de continuidad del trabajo del consultor geotécnico en el proyecto, toda vez que en la mayoría de los casos no tiene presencia en el proyecto definitivo y en la construcción de la obra. En tal sentido los efectos de las predicciones del tipo A se encuentran en una especie de “Limbo”.

La labor de todo ingeniero competente es hacer predicciones tipo A, con experticia y demostrar al cliente la conveniencia de hacer un seguimiento de estas predicciones en la obra para comprobar la bondad o el desajuste de ellas y tomar medidas para hacer correcciones.

La simulación es un procedimiento bastante viejo remontándose su origen a 1.777, con la solución del problema planteado por “Buffon”, el cual consiste en encontrar el número de veces

que una aguja de dimensión conocida corte una de varias líneas paralelas dibujadas en una superficie plana con una separación de dos veces la dimensión longitudinal de la aguja.

El nombre “Monte Carlo”, se origina hacia 1.942, como palabra clave usada en los experimentos para el diseño de la carcasa contenedora de la bomba atómica, debido a la necesidad de simular en la computadora el proceso de fisión nuclear, para lo cual se requiere de la utilización de los números aleatorios similares a los que genera la ruleta que opera en el célebre casino de esa localidad de Francia.

Modernamente, cuando se emplea el Método de Monte Carlo para resolver problemas como el de la “Aguja de Buffon” se dice que se está utilizando el “**Procedimiento de aciertos y fallas**”, toda vez que se trata de contar el número de veces que se acierta y deducir el “número de fallas” restando del total de intentos el número de aciertos.

Resulta interesante saber que en el caso del Problema de la Aguja de Buffon la simulación permitió determinar **el valor del número PI** en 1.777. Laplace generalizó la matemática probabilística del método de “Buffon” en 1.812. La precisión del método depende del número de intentos, lo cual no es problema alguno para las computadoras modernas. Ref. (15 y 18)

En la ingeniería geotécnica este proceso de “Aciertos y Fallas” del Método de Monte Carlo se aplica diariamente, sin que nos demos cuenta de ello, cada vez que programamos el tiempo de tamizado de una muestra de suelo. Ver figura N° 1:

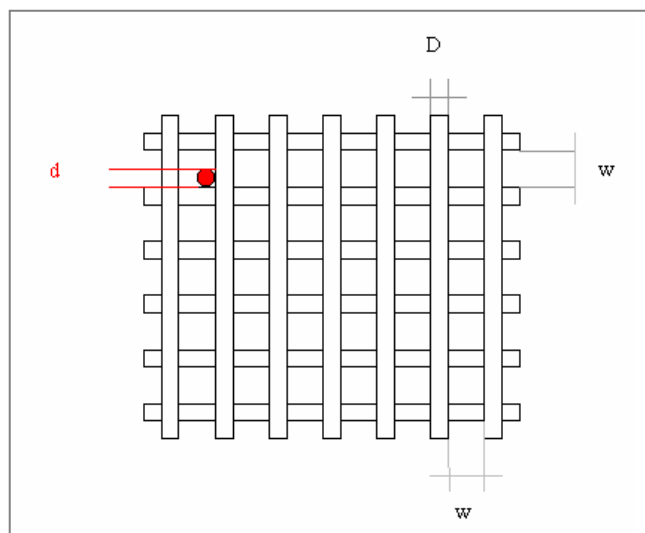


Figura N° 1: Representación de un cedazo

La figura N° 1, muestra las dimensiones de la malla, incluyendo el calibre del alambre y la dimensión de sus aberturas cuadradas. La esfera debe ser tal que su diámetro resulte igual o menor al 90% de la abertura cuadrada, con el fin de que no quede atrapada.

La esfera tiene dos probabilidades: o golpea al alambre o pasa por la abertura, pero estas probabilidades no resultan iguales al lanzar la esfera sobre la malla.

La probabilidad de que la esfera considerada, golpee la malla en el primer intento, viene dada por siguiente expresión:

$$\text{Probabilidad de Golpear alambre} = p = 1 - \left\{ \frac{w - d}{w + D} \right\}^2$$

Si el evento se repite N veces, la probabilidad de golpear el alambre va disminuyendo y aumenta la probabilidad de pasar por la abertura.

El proceso del múltiple lanzamiento de la esfera sobre la malla produce la siguiente expresión de la probabilidad de golpear el alambre, la cual se puede simular con la distribución binomial.

$$\text{Probabilidad de Golpear alambre} = p = 1 - \left\{ \frac{w - d}{w + D} \right\}^N$$

3. NUMEROS PSEUDOALEATORIOS

Los números aleatorios son aquellos que solamente ocurren al azar y son generados por fichas numeradas que son sacadas al azar de bolsos permitiendo reemplazo, por dados bien equilibrados, por una ruleta y por equipos de lotería neumáticos. Todos estos sistemas generan corrientes de números aleatorios sin ciclos repetitivos y se distribuyen uniformemente entre los valores 0 y 1. Esto quiere decir, que la corriente de números así obtenida queda representada por una distribución uniforme, cuyo valor esperado (media) es $\frac{1}{2}$ y cuya varianza es $\frac{1}{12}$.

Cuando los extremos de la distribución uniforme no son 0 y 1, sino a y b , el valor esperado (media) es $(a+b)/2$ y la varianza $(b-a)^2/12$, con lo cual se obtiene una corriente de números aleatorios que se distribuye uniformemente entre los valores extremos a y b .

La función de densidad $f(x)$ es:

$$F(x) = \frac{1}{b-a}$$

Lo cual quiere decir que cualquier número aleatorio comprendido entre a y b tiene la misma oportunidad de salir sorteado, sea cual fuere el medio físico empleado para obtenerlo.

La generación de una corriente de números aleatorios empleando cualquiera de los sistemas antes descritos sólo sirve en salas de juegos, en loterías y en la enseñanza de la matemática probabilística, por la sencilla razón que el jugador no cree en otra cosa cuando apuesta y el estudiante entiende mejor el sentido de la probabilidad cuando utiliza los generadores físicos. No en vano sus profesores siempre utilizan los ejemplos de las esferas numeradas sacadas de una bolsa y las ruletas.

Cuando tratamos de resolver casos de simulación en los que se requiere de un NUMERO GRANDE DE REPETICIONES, como por ejemplo son los lanzamientos de dados, o los giros de una ruleta, el problema se hace tedioso y largo, consumiendo mucho tiempo al calculista; en consideración los métodos físicos dejan de ser útiles en estos casos y es necesario recurrir a los números generados por computadoras.

El problema consiste en que los números que generan las computadoras NO SON COMPLETAMENTE ALEATORIOS, debido a que responden a la aplicación de un algoritmo determinístico, el cual, podría generar CICLOS REPETITIVOS en algún momento y en el caso que tales ciclos se generen, resultaría fácil observar el proceso para saber cual número resultará seleccionado en un momento dado, lo cual invalidaría el proceso.

Como se comprenderá no hay casino que soporte a un jugador que descubra el ciclo de los números que generan “unas ruletas virtuales”, pues estaría arruinado al poco tiempo. Por otra parte, los jugadores, como los votantes en una elección para cargos políticos desconfían de las computadoras, pues piensan que están “arregladas”.

Los números generados por las computadoras reciben el nombre de “pseudoaleatorios”, pues forman corrientes que pueden tener un ciclo de repetición tan largo que resulta improbable de ser descubierto y que además, sirven para los cálculos de tipo probabilístico, pues producen respuestas muy similares a las que se obtienen con arduo trabajo empleando ruletas o dados.

En términos matemáticos se dice que el carácter determinístico del algoritmo que genera los números pseudoaleatorios, resulta útil en muchos casos debido a que la longitud de las secuencias que podrían producir resulta difícil que lleguen a igualar al tamaño del número de ensayos

requerido. Es decir que si se requieren 100.000 ensayos en una simulación es difícil que ocurran secuencias cuya longitud resulte menor de 100.000.

4. MANERAS DE GENERAR NUMEROS PSEUDOALEATORIOS

Existen dos maneras bien conocidas para generar números pseudoaleatorios. La primera de ellas POCO EFICIENTE y la segunda TAN EFICIENTE COMO SE REQUIERA.

La primera manera sólo la presentaremos con la finalidad de explicar lo que se refiere al riesgo de obtener secuencias cortas, de manera que el lector comprenda la necesidad de observar reglas muy precisas para evitarlo.

Antes de proceder a explicar los métodos de generación es indispensable dejar claro el significado de “número semilla”, pues de no poder contar con uno invariable en todos los intentos de simulación que se apliquen a un mismo problema geotécnico podríamos obtener corrientes diferentes y resultaría imposible hacer comparaciones.

Si utilizamos una fórmula generadora SIN NUMERO SEMILLA, podremos obtener corrientes diferentes y nos resultará muy difícil, si no imposible, validar el modelo que estemos estudiando.

4.1. La primera manera de generar estos números es la denominada TECNICA DE LOS DIGITOS MEDIOS DE UN CUADRADO y es así denominada por utilizar el juego de dígitos que se ubica en la mitad del número que resulta de elevar al cuadrado el número semilla.

Ejemplo: Sea el número semilla **7143** (Se utilizan 8 dígitos para representar el cuadrado del número). Como podremos observar en la tabla N° 2, se trata de una secuencia MUY CORTA que parte del número semilla 7143 y converge hacia cero (0) a las nueve (9) repeticiones. Por lo tanto no es útil.

Si el lector lo desea, puede calcular una secuencia partiendo del número semilla **7144** y encontrará que logra producir una corriente de cincuenta (50) números pseudoaleatorios sin que se produzca convergencia o repetición de secuencia; pero no sabemos que pueda suceder al seguir adelante, pues primero tenemos que realizar los cálculos.

7143²	51022449	0224
0224 ²	00050176	0501
0501 ²	00251001	2510
2510 ²	06300100	3001
3001 ²	09006001	0060
0060 ²	00003600	0036
0036 ²	00001296	0012
0012 ²	00000144	0001
0001 ²	00000001	0000
		Se repite el 0000

Tabla N° 2

4.2. CONDICIONES QUE DEBEN SER CUMPLIDAS POR LOS NUMEROS PSEUDOALEATORIOS

Los números pseudoaleatorios deben cumplir con tres condiciones muy importantes para que puedan servir en los procesos de simulación:

1. Todos ellos deben estar distribuidos uniformemente entre 0 y 1.
2. Los números que se generen no deben presentar correlación serial. (Se explica más adelante)
3. Deben presentar un ciclo muy largo, que resulte muy superior al tamaño de la muestra (Número de Repeticiones de la Simulación) que requiera la simulación.

Los números generados con los DIGITOS MEDIOS DE UN CUADRADO no cumplen con las tres condiciones antes señaladas y por ello no son buenos como números aleatorios. En consecuencia, es preciso emplear otro método de generación.

Nótese que en el caso de los Dígitos Medios de un cuadrado, una simple diferencia de una unidad en un número semilla (entre 7143 y 7144) genera dos corrientes diferentes que no cumplen con

los tres requisitos exigidos y por lo tanto es un sistema que debe ser descartado para realizar simulaciones con la distribución uniforme.

Vamos a estudiar ahora otro sistema que sí nos permita cumplir con los tres requisitos y que resulte preciso para el cálculo de simulaciones.

4.3. SISTEMA DE LOS NUMEROS ALEATORIOS CONGRUENTES

En la presente demostración se emplea el término NUMERO ALEATORIO con el mismo significado de NUMERO PSEUDOALEATORIO, pero el número generado es Pseudo aleatorio y no aleatorio por estar determinado con un algoritmo determinístico.

Emplearemos una función nueva para muchos estudiantes e ingenieros la cual es la función *mod*, la cual genera una expresión como la siguiente:

$$10 \bmod 3$$

Cuyo significado es el siguiente: Si **m** es un **número entero positivo, llamado módulo**, entonces la expresión **x mod(m)** es el RESIDUO de dividir *x* entre *m* tantas veces como resulte posible.

Ejemplo 1:

En concordancia con la definición **10 mod(3) es 1** puesto que 3 cabe 3 veces en 10 para dar 9 y el residuo es 1.

Ejemplo 2:

En concordancia con la definición **7 mod(3) es 1** puesto que 3 cabe 2 veces en 7 para dar 6 y el residuo es 1.

Ejemplo 3:

En concordancia con la definición **16 mod(4) es 0** puesto que 4 cabe 4 veces en 16 para dar 16 y no hay residuo.

Ejemplo 4:

En concordancia con la definición **6 mod(13) es 6** puesto que 13 no cabe entre 6 y no genera un entero, y además 6 es menor que 13; en consecuencia el residuo es 6.

Los algoritmos generadores de números aleatorios congruentes tienen la forma:

$$Z_{i+1} = F(Z_i) \bmod(m)$$

En la que $F(Z_i) = az_i$ o $F(Z_i) = az_i + c$.

Modernamente se ha preferido la función lineal con término independiente, la cual debe cumplir con algunos requisitos a fin de garantizar que la corriente de números que se obtenga cumpla con las tres condiciones a las que se refiere el párrafo 4.2.

Se ha podido comprobar que es posible disponer de un generador de ciclo completo para cualquier módulo m y semilla s , sí y sólo sí, el término independiente “ c ” termina en uno de los siguientes dígitos: 1,3,7, ó 9 y el término multiplicador de z_i , es decir “ a ”, termina en 01, 21, 41, 61 u, 81. Para el módulo “ m ” resulta mejor emplear un número primo grande.

Es de hacer notar que si bien una computadora moderna de 32 bits puede manejar 31 cifras significativas, al traducirlas a código binario, este número resulta menor que el mayor número primo que se conocía para 1876, el cual tenía 39 cifras y correspondía a $(2^{127}-1)$; por ello los verdaderos avances en la generación de números pseudo aleatorios se han logrado al definir los dígitos terminales de a y c .

El procedimiento para generar la corriente de números pseudoaleatorios es el siguiente:

1. Escogemos un “número semilla” cualquiera, preferentemente menor que 1000
2. Escogemos un módulo representado por un número primo grande
3. Escogemos un coeficiente “ a ” que termine en **1,3,5,7,6 9**
4. Escogemos un término independiente “ c ” que termine en **01, 21, 41, 61 u, 81**.
5. Para el primer número pseudoaleatorio, correspondiente a z_0 calculamos $z_i =$ número semilla y $f(z_i)$ empleando $a * z_i + c$

6. Calculamos el valor de $f(z_i) \bmod(m)$
7. Dividimos el valor encontrado en el paso 6 entre el módulo m y obtenemos el primer número pseudoaleatorio comprendido entre 0 y 1
8. Utilizamos el valor de $f(z_i) \bmod(m)$ obtenido en el paso 6 como valor z_1 y procedemos a calcular el segundo número repitiendo los pasos 5 a 7.
9. Repetimos el procedimiento tantas veces como números aleatorios deseamos obtener

Ejemplo: Sea el número semilla = 999; $a = 241$ y $c = 107$. Escojamos el módulo 32767, número primo grande proveniente de $2^{15}-1$.

Nótese que el valor R_{i+1} de la tabla de cálculo N° 2, que se presenta a continuación es el cociente resultante de **dividir $f(z_i) \bmod(m)$ entre m** , y que siempre resulta comprendido entre 0 y 1, porque $f(z_i) \bmod(m)$ es necesariamente menor que el módulo. (R_{i+1} es el NUMERO ALEATORIO buscado).

En la tabla N° 3, se muestran flechas que indican como se mueve el número **$f(z_i) \bmod(m)$** desde la columna donde aparece después de haber sido calculado a la primera columna, con la finalidad de servir como nuevo número Z_i para el cálculo de un nuevo valor de **$f(z_i) \bmod(m)$** y así poder obtener el nuevo número pseudoaleatorio uniformemente distribuido.

Nótese que para encontrar $f(z_i) \bmod(m)$ sólo tiene que dividir $f(z_i)$ entre m y encontrar el residuo de esa división. Dicho residuo es **$f(z_i) \bmod(m)$** .

La tabla N° 3, ha permitido calcular los primeros 8 **números pseudoaleatorios distribuidos uniformemente** que comienzan con el **número semilla 999**. Se puede seguir calculando la corriente hasta la longitud que se desee. La prueba *Chi Cuadrado* permite comprobar que la corriente obtenida responde a una distribución UNIFORME.

La tarea que se ha realizado manualmente para confeccionar esta tabla toma alrededor de veinte minutos, si se hace con cuidado, para evitar errores y omisiones. Y es la misma que realiza la computadora en menos de un segundo.

i	z_i	$f(z_i)$	$f(z_i) \text{ mod}(m)$	R_{i+1}
0	999	240866	11497	0.35087130
1	11497	2770884	18456	0.56324961
2	18456	4448003	24458	0.74642170
3	24458	5894485	29192	0.89089632
4	29192	7035379	23241	0.70928067
5	23241	5601188	30798	0.93990905
6	30798	7422425	17083	0.52134769
7	17083	4117110	21235	0.64806054

Tabla N° 3

Las corrientes de números pseudoaleatorios uniformemente distribuidos las genera la computadora cuando se invoca el comando RND() lo cual se puede comprobar en la hoja Excel, pero es necesario tener en consideración el hecho que esta función no tiene número semilla y por lo tanto cambia la corriente cada vez que se invoca, por tal motivo no conviene utilizarla en procesos de simulación que requieren de una validación posterior.

En el programa *CRYSTAL BALL* que se utilizará en el curso de la exposición, se utiliza numero semilla y por lo tanto es el adecuado para realizar estudios por simulación de Monte Carlo. Por ello, cada vez que se va a ejecutar una nueva simulación del mismo caso, con data diferente, la computadora guarda en la memoria el número semilla empleado en la vez anterior y ello puede ser constatado cuando trata de correr el programa con la instrucción “Run” al abrir el comando “Run Preferentes> Sampling”.

Los números pseudoaleatorios **uniformemente distribuidos** son muy útiles para realizar simulaciones por el método de Monte Carlo cuando sabemos que la variable se comporta de acuerdo a una distribución uniforme. Un ejemplo de ello es la CAMINATA ALEATORIA, en el cual la probabilidad de escoger los caminos a seguir es siempre la misma. También son utilizados en el caso del SALTO ALEATORIO.

Recientemente, en la Universidad de Jordania, el A.I.Husein Malkawi, W.F Hassan y S.K.Sarma (2001) han presentado una solución muy interesante para determinar en forma eficiente y muy rápida, la posición del centro de un círculo con factor de seguridad mínimo en el análisis de estabilidad de un talud. En la referencia (21) se encuentra detallado este proceso. Se explica, en este trabajo de investigación, que la retícula que normalmente utilizan los métodos convencionales para localizar el centro del círculo de menor factor de seguridad no es eficiente ni precisa, por cuanto al establecerla a *priori*, se obliga a la computadora a seguir un camino predeterminado.

El método al cual se hace referencia en el párrafo anterior emplea una combinación de Caminata Aleatoria y de Salto Aleatorio para encontrar el centro del círculo de menor factor de seguridad, lo cual hace que la búsqueda sea muy rápida.

En la referencia (14), Hantao Zhang (Diciembre 2001) se presenta la estrategia necesaria para la búsqueda combinatoria por el método del Salto Aleatorio, lo cual constituye una herramienta muy novedosa que ha permitido optimizar los procesos que hasta el año 2000 consumían mucho tiempo de computadora.

Para quienes deban realizar frecuentes análisis de estabilidad de taludes y/o llevar a cabo análisis paramétricos que les permitan comprender la incidencia de las variables en el factor de seguridad mínimo, el procedimiento combinado RW-RJ, desarrollado en la Universidad de Jordania, les reportará beneficio en el rendimiento del cálculo, permitiéndoles acortar notablemente las búsquedas de los círculos de menor factor de seguridad.

5. NUMEROS PSEUDOALEATORIOS NORMALES (GAUSSIANOS)

Si sólo se dispusiera de números aleatorios uniformemente distribuidos no sería posible emplear el proceso de simulación de Monte Carlo, por cuanto obligaríamos a emplear una distribución de probabilidades que no se ajustaría a la realidad en la mayoría de los casos, pues es seguro que muchas variables empleadas en los modelos de simulación probabilística responden a distribuciones que difieren notablemente de la uniforme.

La distribución NORMAL o Gaussiana es una de las que más se ajusta a los casos que se estudian en la geotecnia, seguida por las distribuciones LOGNORMAL , BETA y GAMMA.

La distribución del VALOR EXTREMO es de suma utilidad cuando se trabaja en Ingeniería Sismoresistente y en Hidrología.

De igual manera las distribuciones Bernoulli, Poisson y Binomial, aplicables a las variables DISCRETAS, son muy útiles en las simulaciones que tienen que ver con Ingeniería Vial y con el estudio de terremotos.

Todas las distribuciones antes mencionadas producen corrientes de números pseudo aleatorios que son muy útiles en los modelos de Simulación Monte Carlo y que amplían notablemente las posibilidades de este método de simulación, confiriéndole un poder matemático extraordinario.

Para quienes se inician en el uso de la Simulación de Monte Carlo, les resulta complejo entender como se puede fabricar una corriente de números pseudoaleatorios que responda a una distribución diferente a la uniforme, si la primera condición de dicha corriente es que debe estar uniformemente distribuida entre 0 y 1; es decir que cualquier número sorteado debe tener la misma probabilidad de ocurrir.

Con la finalidad de aclarar la duda expuesta en el párrafo anterior, imaginemos que acudimos a una tienda donde venden corrientes de números aleatorios y le solicitamos al dependiente que nos venda una que represente a una distribución de probabilidades que se ajuste a nuestra necesidad. Lo primero que preguntará el dependiente es ¿Cual es su necesidad? Y tendremos que responderle en forme precisa, pues de ello depende la bondad de los que nos venda.

Lo primero que tenemos que proporcionarle es el PARAMETRO DE FORMA de la distribución y luego los parámetros de LOCALIZACION y de ESCALA, pues las distribuciones de probabilidades son como los trajes de vestir los cuales se definen por su talla, estilo, tipo de tela y color.

Cada distribución de probabilidades, y hay muchas, está perfectamente definida por sus parámetros de ESCALA, DE FORMA Y DE LOCALIZACION y con ello no pueden ser confundidas una con la otra, por lo tanto el proceso de compra depende de cuan claros seamos para definir estos parámetros.

Algunas distribuciones se definen con sólo dos parámetros y otras necesariamente requieren de tres parámetros. Por tal motivo tendremos que consultar al catálogo de ventas para saber cuales parámetros son indispensables para definir bien la distribución que queremos adquirir. Una vez que lo sepamos, no hay duda razonable para realizar nuestra compra.

La distribución NORMAL está perfectamente definida por dos parámetros, el de LOCALIZACION y el de ESCALA. El primero corresponde al VALOR MEDIO y el segundo a la DESVIACION ESTANDAR. Esta distribución no tiene parámetro de forma, por ser simétrica.

Con el fin de ser perfectamente claros en el significado de estos tres parámetros diremos que el PARAMETRO DE LOCALIZACION nos ubica un punto notable de la distribución de forma tal que podemos saber de donde partimos. El parámetro de ESCALA nos va a indicar cuanto se extiende la distribución a partir de su punto de localización y si lo hace hacia un lado o hacia ambos de dicho punto.

En el caso de la distribución NORMAL la media de la población ubica exactamente la localización de un punto notable de partida, y la desviación estándar nos dice cuanto se extiende hacia ambos lados de la media de la curva simétrica, en forma de campana, que constituye la función de densidad.

Una vez definidos los parámetros antes indicados, el dependiente de la tienda de distribuciones a quien de ahora en adelante llamaremos “la computadora”, procederá velozmente a producir la corriente de números solicitada, procediendo internamente a realizar las siguientes operaciones:

- 1) Lo primero que hace es recordar que no es posible resolver el problema de generar números aleatorios empleando directamente la función de densidad de la distribución, por cuanto la integral no existe en forma explícita. En consecuencia deberá utilizar un método indirecto para lograrlo.
- 2) La segunda tarea de la computadora consistirá en encontrar la función de probabilidad ACUMULADA que corresponde a la distribución Normal, lo cual se logra al determinar los valores z de las variables tipificadas. Estas variables vienen en función de la desviación estándar y a cada una de ellas le corresponde una frecuencia acumulada².

Ahora la computadora hace corresponder cada NUMERO ALEATORIO obtenido con la distribución UNIFORME con el valor de la Probabilidad acumulada de la DISTRIBUCION NORMAL en la ordenada de la curva, para ir obteniendo los valores correspondientes de la variable TIPIFICADA en la abscisa. (Ver figura N° 2, referencia 6).

El mismo efecto puede lograrse al escoger un número aleatorio UNIFORME y entrando en la tabla de la Distribución Normal ACUMULADA con este valor como PROBABILIDAD ACUMULADA y buscando la variable tipificada que le corresponde a dicho valor de probabilidad. Por ejemplo, si el número aleatorio UNIFORME es **0,56946**, la variable tipificada NORMAL correspondiente es **0,175** y si el número aleatorio UNIFORME es **09510** la variable tipificada NORMAL correspondiente es **-1,310**.

² Si se analiza la tabla de la distribución normal acumulada se verá que la frecuencia acumulada ocurre entre los valores 0 y 1 para variables tipificadas que van de $z = -3.20$ a $z = +3.20$

Distribucion Normal Acumulada

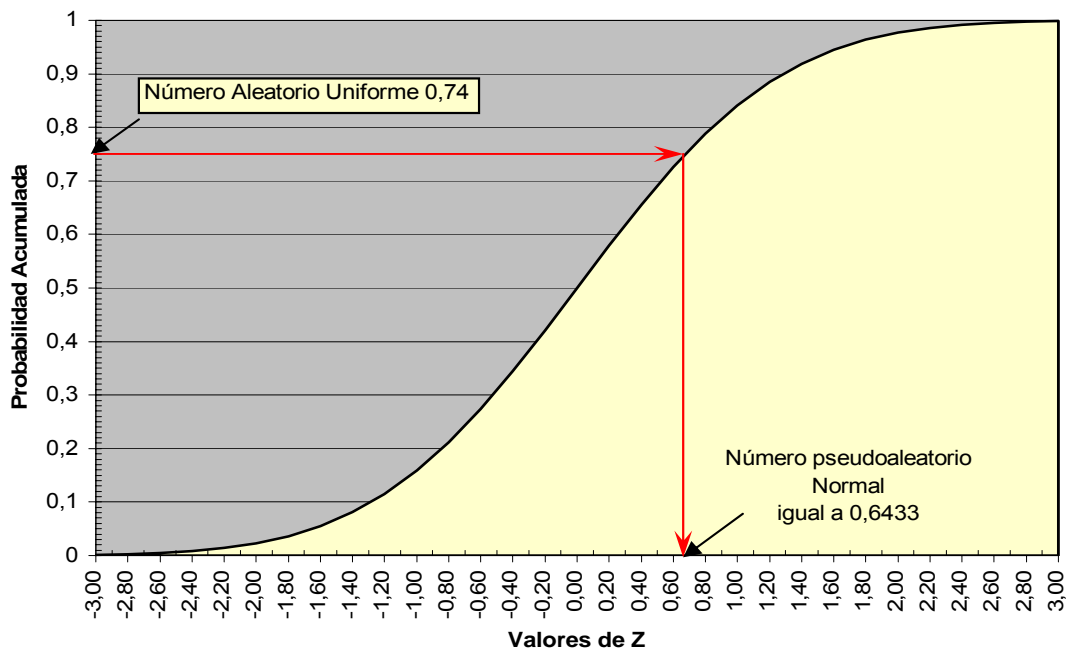


Figura N° 2

- 3) Con la finalidad de satisfacer al comprador de la distribución, la computadora calcula la media y la desviación estándar de la corriente de los números aleatorios normales obtenidos (media y desviación estándar de las variables tipificadas) y procede de inmediato a producir el número de corrientes que le exija el comprador con el tamaño de muestra que se le ha exigido.
- 4) Una vez producidas las corrientes exigidas por el comprador, la computadora promedia los valores muestrales de la media y de la desviación estándar y le demuestra al comprador que estos promedios difieren en muy poco de 0 y 1 respectivamente, lo cual es un claro indicativo de que se trata de una DISTRIBUCION NORMAL.
- 5) Como paso final, la computadora adapta los valores comprendidos entre 0 y 1 a los valores de los parámetros exigidos por el comprador, es decir el valor medio y la desviación estándar que suministra el comprador cuando el vendedor se los pide para fabricarle la corriente. Esto quiere decir que transforma las variables tipificadas a variables convencionales con dimensiones.

Estas operaciones son realizadas por la computadora en escasos segundos y por ello se dice que es una fábrica de corrientes de números aleatorios muy eficiente y económica.

En el caso del programa CRYSTAL BALL, versión Profesional 2000, la computadora pide el valor de la media y el de la desviación estándar y pide además el tamaño de la muestra, solicitando el NUMERO DE REPETICIONES para correr el método Monte Carlo y el error estándar admisible para el cálculo. El valor de referencia que emplea el programa para el rango de la variable tipificada es 2.6, pero puede utilizarse el que el comprador desee, por ejemplo 3.23, con el fin de obtener un 99.99 % de confianza estadística en la producción de la corriente.

Conviene hacer notar el hecho que el programa CRYSTAL BALL utiliza un número semilla fijo el cual sólo puede ser cambiado por el usuario y que además, maneja muestras de gran tamaño (1.000.000), por ello se puede intuir que las corrientes producidas son muy precisas.

El precio que debe pagar el comprador por estas corrientes de números aleatorios es el tiempo de computadora, por cuanto dicho tiempo dependerá del tamaño de muestra solicitado. Por ejemplo una muestra de tamaño 500 tardaría tres (3) segundos para ser producida, mientras que una de tamaño 5000 tarda 23 segundos, una de tamaño 100.000 tarda 460 segundos, es decir 7 minutos y 36 segundos y finalmente una de 1.000.000 tarda 4600 segundos (1 hora 16 minutos y 36 segundos).

¿Qué tamaño de muestra escogeremos?. Todo depende de la precisión que se requiera para la respuesta y por ello es por lo que pagaremos.

La computadora también puede proceder con un enfoque directo para calcular la corriente de números aleatorios NORMALES, empleando para ello un par de ecuaciones que van a dar el mismo resultado que la integral que no es posible calcular por no existir en forma explícita. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$X_1 = (-2 \times \log_e r_1)^{0.5} \times \cos(2\pi \cdot r_2)$$

$$X_2 = (-2 \times \log_e r_1)^{0.5} \times \text{sen}(2\pi \cdot r_2)$$

Siendo r_1 y r_2 dos números aleatorios uniformemente distribuidos y x_1 y x_2 desviaciones estándar de una distribución normal aleatoriamente distribuidas. Este método es conocido como el método polar de Marsaglia.

Supongamos que $r_1 = 0.34563$ y $r_2 = 0.78965$. Aplicando Marsaglia se obtiene:

$$X_1 = 1.45219 \quad X_2 = 0.12606.$$

Los números x_1 y x_2 son las desviaciones típicas normales que corresponden a r_1 y r_2 , los cuales son números aleatorios uniformemente distribuidos. Al utilizar otro par de números aleatorios uniformemente distribuidos, obtendremos otro par de desviaciones normales correspondientes a tales números aleatorios uniformes. Cualquiera de los dos métodos producirá el mismo efecto y servirá para obtener la corriente de números aleatorios (pseudoaleatorios) normalmente distribuidos deseada; sin embargo, **el programa CRYSTAL BALL trabaja con el método Polar Marsaglia para el caso de la Simulación Monte Carlo.**

Más adelante, al presentar un ejemplo de aplicación del método de Monte Carlo podremos apreciar la ventaja del uso de los números pseudoaleatorios normales, teniendo en la mente que es preciso estar seguros de que la distribución normal es la apropiada para representar la variable aleatoria en juego. El empleo de una distribución incorrecta produce un resultado elegante pero incorrecto.

Antes de entrar en materia sobre la aplicación del Método Monte Carlo es preciso saber que cada distribución de probabilidades genera una corriente específica de números pseudoaleatorios y que éstas, y solo éstas, deben ser empleadas para realizar las simulaciones, en el entendido que quien simula debe saber a priori y por experiencia, cual es la distribución que mejor se adapta a la data que maneja. A este conocimiento a priori se le denomina conocimiento heurístico.

Una de las distribuciones de probabilidades más empleadas en la Ingeniería Geotécnica es la DISTRIBUCION LOGNORMAL. Por otra parte, conviene decir que muchos de los PRONOSTICOS que se obtienen en el proceso de simulación de Monte Carlo aplicado a la ingeniería de fundaciones y muros responden a una distribución LOGNORMAL. Esta afirmación será demostrada por medio de ejemplos de diario uso en la geotecnia en los que se aplica el método Monte Carlo.

6. CUANDO ES CONVENIENTE USAR LA DISTRIBUCION LOGNORMAL

La Distribución Log Normal es ampliamente empleada en aquellas situaciones en las que las variables de asunción tienen un SESGO POSITIVO.

Uno de los primeros reportes sobre pruebas de carga exhaustivas para estimar la resistencia de punta de pilas vaciadas en sitio, fue el presentado por el Dr. A Hettler en la Discusión de la Sesión 10 de la Conferencia Internacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones celebrada en Río Janeiro, Brasil (1989). El Dr Hettler fue en esa oportunidad Relator General de la Sesión, bajo la presidencia de S .Frydman de Israel. En esa oportunidad pude oírle decir lo siguiente: “La resistencia de punta de una pila, con la data analizada, está mejor representada por la distribución LOG-NORMAL”. Esta resultó la primera vez que oí hablar de la Distribución Log Normal en problemas aplicados a la geotecnia y debo decir que sentí curiosidad por llegar a las razones de tal predilección matemática. De ahí en adelante me dediqué a estudiar el caso y no fue hasta que apliqué el método de Monte Carlo cuando pude entender la aseveración de Hettler Ref (17) (1989).

La Distribución Log Normal tiene una larga historia en la ingeniería civil. “Fue inicialmente adoptada en los estudios estadísticos de data hidrológica por Hazen en 1914 y en estudios de fatiga de materiales”

“Lomnitz en 1964, utilizó el método del modelo multiplicativo para describir la distribución de las magnitudes Richter de los Terremotos. El encontró que la distribución Log Normal es la que mejor se ajusta a las magnitudes y a los tiempos de Inter-llegadas de los terremotos”.

La Distribución Log Normal también ha sido encontrada apta para describir la resistencia de volúmenes elementales de materiales plásticos (Johnson 1953) y en el esfuerzo de fluencia de las barras de acero de refuerzo en el concreto (Freudenthal 1948). Un tratamiento muy detallado de la adaptación de esta distribución a muchos problemas de ingeniería de materiales puede ser encontrado en Aitchison y Brown (1957)

Parecerá que nos estamos refiriendo a tiempos lejanos y que en un evento que se celebra en Noviembre de 2002, es necesario presentar referencias más modernas que avalen la utilidad de esta Distribución de Probabilidades. Para la preparación de la presente exposición hemos consultado literatura técnica moderna, la cual está contenida en las publicaciones recientes de ASCE y del Canadian Geotechnical Journal (Años 1999 a 2001).

¿Qué significa que la Distribución Log Normal esté esviada Positivamente y cómo se compara con la Distribución Normal de Gauss?. ¿En que beneficia este detalle a la Ingeniería?

Debe entenderse que un ES VIAJE POSITIVO es el que causa que la campana SIMETRICA ya no lo resulte así y que el APICE de la misma se desplace hacia la IZQUIERDA, causando una mayor concentración de probabilidad entre dicho APICE y la cola inferior. En la figura N° 3 se muestra el referido desplazamiento del ápice hacia la izquierda.

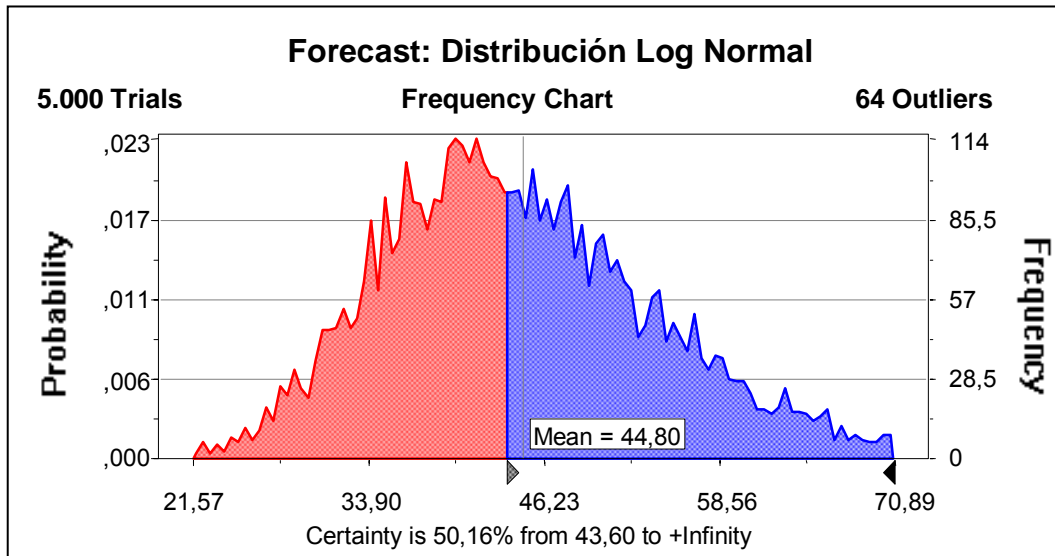


Figura N° 3

NÓTESE QUE 43,60 ES MENOR QUE 44,80 Y QUE LA PROBABILIDAD DE OBTENER VALORES POR ENCIMA DE LA MEDIA ES MENOR DE 50 %

Lo anterior trae como consecuencia que resulte probable encontrar muchos valores hacia la cola inferior y menos valores hacia la cola superior; lo cual puede traer consecuencias no deseables en cuanto a la evaluación del RIESGO se refiere.

Debe entenderse que en el caso de la distribución normal SIMETRICA con respecto a la media, las probabilidades de obtener valores por debajo y por encima de la media son IGUALES (50% y 50%), no así en la distribución Log Normal.

El uso de la Distribución Log Normal esta condicionado a los siguientes puntos:

- 1) La variable INCIERTA puede sufrir incrementos SIN LIMITES, pero NUNCA puede resultar menor que CERO.
- 2) La variable incierta está sesgada POSITIVAMENTE, con la mayoría de sus valores concentrados hacia el LIMITE INFERIOR.
- 3) El logaritmo natural de la variable INCIERTA genera una distribución NORMAL (*Nótese que no son los valores de la variable incierta los que se distribuyen normalmente, sino los logaritmos neperianos de dichos valores*).

En este trabajo se presentan las distribuciones mas empleadas en la ingeniería civil y sus parámetros de localización, escala y forma, incluyendo, además, los valores esperados, la varianza y el coeficiente de variación. Con esta información a la mano y con la tabla de la variabilidad esperada en muchos materiales y suelos; estamos casi preparados para iniciar nuestro recorrido por la Simulación Probabilística de Monte Carlo.

7. METODOS DE MUESTREO PARA LA SIMULACION PROBABILISTICA

En casos especiales, y con el fin de realizar procesos de simulación de alta precisión emplearemos el método de muestreo que se denomina **Hipercubo Latino**, el cual difiere del Método de **Muestreo Monte Carlo** en pequeños detalles en cuanto a la sectorización del área bajo la curva de distribución de frecuencias, haciendo que se generen áreas idénticas en todo el rango de la variable tipificada y que, en consecuencia, se evite el solape que ocurre cuando los números aleatorios se distribuyen en **TODO EL RANGO** y no en sectores de igual probabilidad.

Cuando se utiliza el método Monte Carlo con Crystal Ball genera “Valores al Azar” en la celda de asunción, correspondientes a números pseudoaleatorios **TOTALMENTE INDEPENDIENTES**. Ello, dicho en otras palabras, significa que el número aleatorio seleccionado para un ensayo, no tiene efecto en el próximo número aleatorio que se genere.

Si resulta imprescindible aproximar lo más posible la forma de la distribución, es indispensable que se realicen muchos ensayos, es decir repeticiones. Cuando se utiliza el método Monte Carlo se requieren más repeticiones que cuando se emplea el método del Hipercubo Latino, lo cual quiere decir que el método del Hipercubo Latino es más eficiente que el Método Montecarlo. Sin embargo; la práctica ha permitido comprobar que cuando se desea simular “que pasa si” en el “mundo real”, es más conveniente emplear el Método Monte Carlo, y por ello es un método tan popular. Ref. (12)

Cuando el programa Crystal Ball utiliza el método de Muestreo Hipercubo Latino, divide la distribución de probabilidades de cada asunción en **SEGMENTOS NO SOLAPANTES**, de forma que cada uno de ellos tenga igual probabilidad (áreas iguales); por tal circunstancia, los segmentos de las colas están más separados que los segmentos centrales.

El método **Hipercubo Latino** es generalmente más preciso que el Método Monte Carlo cuando se trata de calcular las estadísticas de la simulación, porque la muestra es más consistente en el rango completo de la distribución. No obstante, esta mayor precisión se paga con mayor tiempo de computadora.

Por lo antes expuesto se aconseja utilizar el muestreo por Hipercubo Latino sólo si se desea una mayor precisión en la estadística de la simulación en casos en los que ello resulte absolutamente indispensable.

Más adelante, en el aparte 11 de este trabajo, dedicado al manejo del programa *CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000*, presentaremos un caso en el que se han empleado ambos métodos para que el lector pueda apreciar la diferencia.

8. PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE PARA LA DATA CON LA QUE SE PRETENDE SIMULAR

Como ya lo hemos expresado en los apartados precedentes, quien pretenda modelar por simulación debe conocer la distribución de probabilidades que corresponda realmente a cada asunción que emplee en el modelo. Para ello está obligado a determinar la BONDAD DE AJUSTE de los datos de los que dispone a la distribución que pretende emplear.

Los tres métodos más conocidos para practicar la “Bondad de Ajuste” son:

- Método Chi Cuadrado.
- Método Kolmogorov Smirnov
- Método Andersen Darling.

El programa Crystal Ball compara la data que se le propone con cada una de las distribuciones de frecuencia y utiliza para ello estadísticos de prueba que buscan medir las diferencias entre la data y los valores correspondientes a la distribución de comparación. Tomando como base estas diferencias toma la decisión de escoger la distribución que más se ajuste a la data.

Con Crystal Ball la prueba de bondad de ajuste se realiza automáticamente y emplea los siguientes “valores tope” para indicar buen ajuste:

Prueba Chi Cuadrado _____	Valor Prueba > de 0,5.
Prueba Kolmogorov Smirnov _____	Valor Prueba < 0,03 ⁽²⁾
Prueba Anderson Darling _____	Valor Prueba < 1,50

² El Valor 0.03 proviene del empleo del criterio de Masey cuando la desviación estándar es conocida y la significación estadística es $\alpha = 0.05$, pues el valor KS es $1.36/\sqrt{n}$ y $N = 2000$. Por ello si $N < 2000$ y $KS < 0.03$ el ajuste es muy bueno. Si $N < 2000$ y $KS > 0.03$ es preciso aumentar el tamaño de la muestra lo cual no resulta difícil con el programa Crystal Ball Profesional 2000.

Cada vez que el programa produce un PRONÓSTICO de SIMULACION también realiza la prueba de bondad de ajuste, de manera tal que quien interprete los resultados sepa cual es la distribución de respuesta que presente la mejor bondad de ajuste.

La Prueba Kolmogorov Smirnov analiza la zona central del histograma de distribución de probabilidades producido por la data y contrasta la diferencia entre dicha data y los valores exactos de la distribución de probabilidades en estudio. Por su parte, la prueba Anderson Darling se centra en el análisis del área de las colas de la distribución, con el fin de determinar si el histograma producido por la data asumida se aleja o se acerca a la distribución exacta. Esta prueba es de vital importancia cuando estamos verificando valores extremos, o cuando se requiere calcular la probabilidad de obtener valores por debajo de un “valor crítico ingenieril”

Cuando una data produce un histograma que concentra valores en las colas, la prueba Anderson Darling genera un valor de contraste superior a 1,50 y ello es un indicio de que con la data disponible no es posible analizar los extremos para calcular probabilidades de excedencia, ya sea ésta positiva o negativa.

En la referencia (6), Centeno R (1982), se detalla el fundamento teórico de las tres (3) pruebas, con el fin de que el lector no se sienta incapaz de entender “como trabaja la herramienta Batch Fit del programa Crystal Ball Profesional 2000”.

Cuando el analista simulador desea verificar un modelo y tiene a la mano una data superior a veinte (20) valores, puede realizar la prueba de bondad de ajuste empleando la herramienta “BATCH FIT”, la cual se encuentra en CBTOOLS en el menú desplegado en la fila superior de la ventana de Crystal Ball Profesional 2000. Al pulsar BATCH FIT aparecerá en la ventana un dialogo que irá preguntando si la data está en filas o en columnas y con cual prueba se desea llevar a cabo el ajuste.

Ejemplo N° 1 .-

Supongamos que disponemos de la data que se muestra en la tabla N° 4 en la que se indican los valores de la RESISTENCIA DE PUNTA en varios pilotes sometidos a prueba de carga y que queremos probar si esta data responde a una distribución LogNormal.

Si calculamos el valor esperado de esta data obtendremos que para 20 datos el valor medio es 190.965 Ton, la Desviación Estándar sesgada es 10.348 Ton y la Desviación Estándar no sesgada es 10.6169 Ton. El Coeficiente de Variación es 5.559 %

RESISTENCIA DE PUNTA EN VEINTE (20) PRUEBAS DE CARGA (TON)

187.6	188.2	200.5	185.5	178.9	177.3	205.9	199.2	187.6	181.6
199.0	178.8	178.3	179.9	205.4	206.9	198.0	192.7	195.6	186.4

Tabla N° 4

Utilizando la hoja Excel se coloca la data en una columna y se barren los veinte valores. Luego se busca CBTOOLS en el menú horizontal superior en CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000 y se selecciona BATCH FIT, siguiendo de allí en adelante las instrucciones de la ventana que aparece en la pantalla. Los resultados obtenidos son:

METODO CHI CUADRADO	0.0942643 < 0.5	No responde
METODO KOLMOGOROV SMIRNOV	0.13831443 > 0.03	No responde
METODO ANDERSON DARLING	0.515632 < 1.5	Si responde

La data no se ajusta bien a la Distribución Lognormal en la zona central de la curva y solo se ajusta bien a ella en las colas. En este caso se requerirían mas datos para poder comprobar si la data se ajusta o no a la Distribución Lognormal.

Ejemplo N° 2 .-

Revisar la data del ejemplo N°1 y verificar a que distribución de probabilidades se ajusta mejor.

Volvemos a la herramienta CBTOOLS de Crystal Ball Profesional 2000 y pedimos el mejor ajuste (Best Fit) y la computadora arroja el mejor resultado de todos, indicando a cual distribución pertenece.

METODO CHI CUADRADO	1 E+20	Triangular
METODO KOLMOGOROV SMIRNOV	0.137387 > 0.03	Weibull
METODO ANDERSON DARLING	0.5085 < 1.5	Uniforme

Como se podrá constatar NO HAY UNA RESPUESTA SATISFACTORIA, como era de esperar, pues el tamaño de la muestra es muy pequeño y se requeriría un tamaño mucho mayor para poder decidir.

Por lo expresado en el párrafo anterior es MUY IMPORTANTE que se manejen bases de datos grandes para obtener una respuesta aceptable en las pruebas de bondad de ajuste. Esto es

fundamental para poder realizar simulaciones que respondan a la realidad. Por ello siempre hemos recomendado acumular el mayor número de ensayos en bases de datos para obtener experiencia en Venezuela o recurrir a bases de datos publicadas en la literatura técnica internacional teniendo especial cuidado de validar dicha data.

9. IMPORTANCIA DE LA VALIDACION DE MODELOS FORANEOS

De acuerdo con la experiencia que hemos podido acumular a lo largo de más de treinta años, no es prudente emplear modelos foráneos sin antes VALIDAR los mismos en Venezuela. Tal es el caso de los modelos destinados a estimar la humedad de equilibrio bajo los pavimentos en las carreteras africanas Ref (16), en los que se han encontrado correlaciones muy interesantes con el porcentaje más fino que el cedazo 40, el límite líquido y la densidad seca del suelo. No obstante los autores de esta investigación recomiendan VALIDAR el modelo para lugares distintos de Pretoria, Sur África.

En el caso de la investigación realizada en Pretoria, Sur África, se ha utilizado un análisis de regresión múltiple y se han verificado estadísticamente los resultados, comprobando debidamente los coeficientes de las variables y el coeficiente de correlación con las pruebas t y F respectivamente para una significación estadística del 5 % por dos colas.

En Venezuela es frecuente observar como se utilizan los modelos obtenidos en otras latitudes sin siquiera detenerse a realizar una sencilla prueba de validación. No sabemos si tal cosa ocurre en otros países latinoamericanos, pero si estamos seguros de que es una mala costumbre venezolana.

Hemos podido revisar numerosos trabajos especiales de pregrado en los cuales los estudiantes emplean programas comerciales de estadística para obtener ecuaciones de regresión múltiple y obtener resultados cuyo coeficiente de correlación es altamente significativo; no obstante, en los trabajos revisados por el autor de esta conferencia, nunca se presentan las pruebas de significación estadística de los coeficientes de las variables empleadas en el modelo de regresión múltiple, con el agravante de que algunas de las variables empleadas, muy poco contribuyen a aportar valor al modelo y sólo constituyen una inversión de tiempo y de dinero innecesarios.

Este tipo de análisis es poco frecuente en las escuelas de ingeniería civil en Venezuela, hecho que hemos podido comprobar las veces que nos ha tocado ser examinador de trabajos de investigación geotécnica realizados por estudiantes de pregrado. Es por lo tanto indispensable que se corrija esta anomalía para mejorar la enseñanza de la ingeniería civil y poder así impulsar la investigación tecnológica en nuestro país.

La enseñanza de la estadística matemática aplicada a la ingeniería civil debe estar en manos de profesores con experiencia en la investigación tecnológica y no en manos de matemáticos puros que sólo enseñan el aspecto teórico de esta ciencia tan útil para los profesionales de la ingeniería y que muy poca curiosidad siembran en la conciencia de los estudiantes.

Esta observación es muy importante cuando se trata de modelar empleando la simulación de Monte Carlo, pues en la mayoría de los programas de los cuales se dispone, incluyendo CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000, las variables de asunción se consideran INDEPENDIENTES; es decir que su covarianza es CERO y si ello no es cierto, se corre el riesgo de obtener un modelo sesgado. Por ello es indispensable que se le enseñe a los estudiantes la manera de comprobar si existe correlación entre variables y cual puede ser el grado de correlación en caso de existir.

El programa *CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000* permite realizar correcciones en los modelos de simulación de Monte Carlo cuando hay vestigios de correlación entre las variables de asunción y para ello emplea la MATRIZ DE CORRELACION. Esta posibilidad es bastante novedosa y debe ser conocida por quienes pretendan utilizar el método de Monte Carlo para obtener modelos por simulación probabilística.

Como quiera que en Venezuela es muy famoso el refrán “Nadie es Profeta en su Propia Tierra”, he creído conveniente citar la opinión del profesor Robert Withman del MIT, Ref (31), quien hace muchos años visitó nuestro país para dictar un curso en la Universidad Católica Andrés Bello y recientemente, en 1995 expresó lo siguiente.” *Morgenstern en 1995 argumentó que son los principios de la Gerencia del Riesgo lo que debe ser enseñado en el nivel fundamental y luego ilustrado con ejemplos prácticos.....Yo preferiría ver una materia que cubra la práctica de la Gerencia del Riesgo la cual fuera dictada muy tempranamente en un curriculum, en vez de una materia destinada a la enseñanza de la Teoría de la Probabilidad, a pesar de que pienso que algunos conceptos relacionados con dicha teoría deben de ser incorporados a la materia que sugiero”*

10. LA SIMULACION DE MONTE CARLO APLICADA A LA DISTRIBUCION DE EPICENTROS DE SISMOS A LO LARGO DE FALLAS MAYORES EN CALIFORNIA

El empleo del Método de Monte Carlo para ubicar epicentros de terremotos en regiones atravesadas por importantes sistemas de fallas fue referido en el año 1965 en dos de los trabajos presentados ante la Tercera Conferencia Mundial sobre Ingeniería de Terremotos, celebrado en Auckland y en Wellington, en Nueva Zelandia en 1965. El primero de ellos corresponde al Sr. Donald A. Lacer, de Aerospace Corporation de California, quien tuvo a su cargo el análisis de

1000 sismos cuyos epicentros estuvieron ubicados a lo largo de las fallas de San Andrés, San Jacinto, Elsinore, Garlock y Newport-Inglewood en el Sur de California.

La distribución de esos epicentros con sus respectivas coordenadas geográficas (Latitud y Longitud) se hizo de dos (2) maneras diferentes:

La primera manera consistió en ubicar los mil epicentros UNIFORMEMENTE distribuidos a lo largo de las fallas, cuya longitud era de 2000 millas, quedando cada punto separado del otro 2.

La segunda manera consistió en ubicar los epicentros normalmente distribuidos con respecto a las líneas mayores de falla, suponiendo que por tratarse de eventos naturales que ocurren al azar sus epicentros deben quedar distribuidos alrededor de la falla y no a lo largo y encima de la misma según la función de Gauss con una media 0 y una desviación estándar de 2 millas. Se tomaron las 1000 desviaciones estándar obtenidas por **números pseudoaleatorios normales** y se multiplicaron por 2, obteniéndose como resultado la distancia desde la línea de falla al epicentro, con lo que los puntos no quedaron paralelos a las fallas sino ubicados al azar a cada lado de ellas.

Acto seguido, los valores normalmente distribuidos fueron asociados con cada uno de los mil valores uniformemente distribuidos a lo largo de las fallas y se asociaron a la vez con las coordenadas geográficas de cada epicentro, obteniéndose así, la latitud y la longitud de cada epicentro.

En esta forma se pudieron ubicar 1000 epicentros por el proceso de simulación de Monte Carlo, con la ventaja de que cualquiera de ellos representaría un terremoto con la misma probabilidad de ocurrir. Con esta ubicación se preparó un mapa de localización de epicentros distribuidos por el Método de Monte Carlo, empleando para ello números pseudoaleatorios uniformes y desviaciones normales.

Con esta metodología pueden ser ubicados mil epicentros adicionales sin mayor consumo de tiempo, con la finalidad de hacer una repartición equitativa, basada en el azar, para ubicar instrumentos que permitan medir aceleraciones superficiales, velocidades superficiales y desplazamientos superficiales en aquellos puntos en los que un terremoto tiene la misma probabilidad de ocurrir.

Si una vez ubicados los epicentros probables ocurre un evento de una magnitud dada, es posible obtener las velocidades superficiales que se producen en el resto de los puntos y así establecer con que probabilidad se produce un valor de la velocidad que exceda a un valor predeterminado.

Es conveniente dejar constancia de que no se trata de colocar la posición de epicentros establecidos por triangulación de observatorios sismológicos, lo cual resultaría una operación

sencilla de realizar; sino de SIMULAR nuevos puntos donde no han ocurrido físicamente terremotos, pero que tienen la misma probabilidad de ser epicentros de nuevos terremotos a lo largo y ancho de sistemas principales de fallas.

11. VENTAJAS DEL USO DEL SOFTWARE “CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000 EN LA SIMULACION MONTE CARLO”

Existen varios programas en el mercado que sirven para diseñar modelos por el método de Simulación de Monte Carlo. La mayoría de ellos son buenos y producen resultados útiles para inversionistas, investigadores y proyectistas en general.

El programa que se presenta en esta conferencia, dedicada a la memoria del maestro Gustavo Pérez Guerra, está considerado entre los tres primeros en el mercado Norteamericano y es utilizado por más de las tres cuartas partes de las cien mayores empresas de los Estados Unidos, tal y como lo reporta la revista “Fortune”. Este programa tiene una gran ventaja sobre los demás: **ES EDUCATIVO Y DE MUY FACIL COMPRESION PARA LOS NO EXPERTOS EN LA MATERIA.**

Para comenzar, este programa emplea la hoja EXCEL, la cual es la hoja de cálculo mas conocida en el mundo entero y es la herramienta más empleada por los ingenieros y estudiantes de ingeniería en Venezuela.

Cualquier modelo puede ser diseñado en la hoja Excel trabajando con variables determinísticas y luego ser convertido a un modelo probabilístico con el empleo de unas reglas que sólo toman tres o cuatro horas para ser aprendidas por personas que no tengan mayores conocimientos sobre la teoría de probabilidades.

Se trata de un programa muy amigable, que utiliza MACROS diversos para convertir el contenido de una celda que viene manejando valores determinísticos en una celda que, de ahí en adelante, manejará distribuciones de probabilidades en las que el valor determinístico con el que originalmente fue alimentada la celda pasa a conformar una de las ordenadas del diagrama de probabilidad cuyos parámetros se conocen.

Supóngase que el experto analista afirma que una variable que constituye una celda de asunción que “hasta ahora” representa un valor determinístico” de 1.87 Kg/cm^2 , será una de las ordenadas de una distribución Normal en el nuevo modelo probabilístico. Supongamos también que la media poblacional de la distribución normal escogida es 1.85 y que la desviación estándar poblacional es 0.16 Kg/cm^2 . El valor 1.87 Kg/cm^2 será entonces uno de los muchos que ocurren cuando se toma una muestra en el universo normalmente distribuido.

Digamos que esta variable aleatoria va a ser multiplicada por una variable determinística (constante) cuyo valor es uno (1). El resultado de la multiplicación será un PRONOSTICO que se distribuirá según una función de frecuencia normal con media 1.85 y desviación estándar 0.16.

Si corremos este caso con el programa *Cristal Ball Profesional 2000*, empleando ambos métodos de muestreo y utilizamos un valor semilla 999 para 1000 repeticiones ALEATORIAS de números pseudoaleatorios normales, obtendremos la siguiente estadística, (ver tablas N° 5 y 6):

Forecast: Distribucion Normal (Hipercubo Latino)

Statistic	Value
Trials	1.000
Mean	1,85
Median	1,85
Mode	---
Standard Deviation	0,16
Variance	0,03
Skewness	-0,01
Kurtosis	2,93
Coeff. of Variability	0,09
Range Minimum	1,32
Range Maximum	2,32
Range Width	1,00
Mean Std. Error	0,01

Tabla N° 5

Forecast: Distribucion Normal (Muestreo Monte Carlo)

Statistic	Value
Trials	1.000
Mean	1,85
Median	1,84
Mode	---
Standard Deviation	0,16
Variance	0,03
Skewness	-0,01
Kurtosis	2,84
Coeff. of Variability	0,09
Range Minimum	1,39
Range Maximum	2,32
Range Width	0,92
Mean Std. Error	0,01

Tabla N° 6

En las dos salidas anteriores se observa que, dependiendo del método de muestreo empleado, algunos de los valores estadísticos resultan diferentes, como es el caso de la mediana y de la Kurtosis, entre otros.

Si observamos la salida gráfica del modelo de simulación Monte Carlo podremos apreciar que el valor 1,87 Kg./cm² se encuentra ligeramente a la derecha de la media y constituye una de las ordenadas de la curva de distribución de frecuencias. Ver figura N° 4.

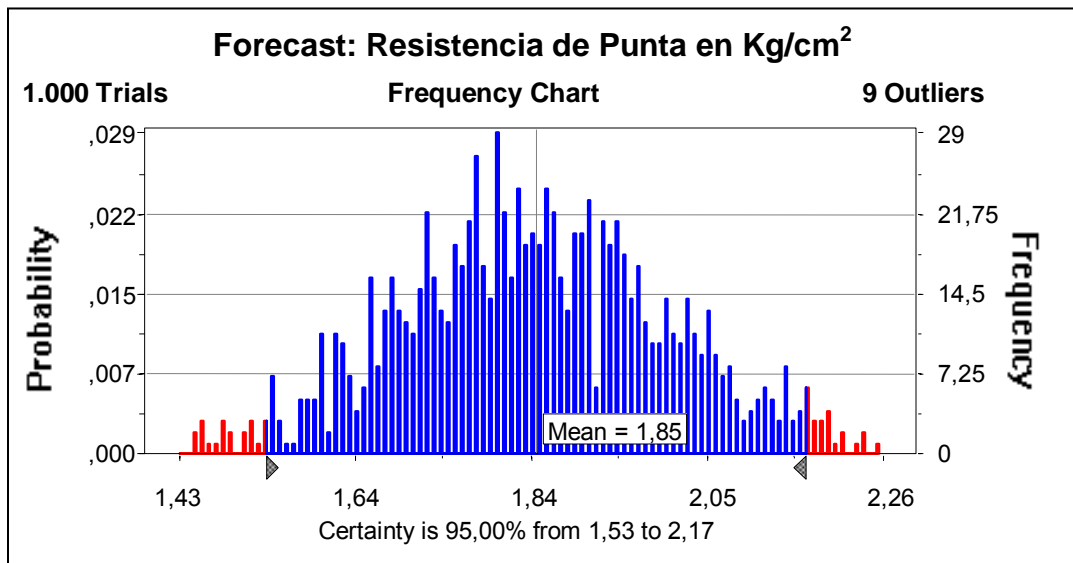


Figura N° 4

Conviene aclarar que la distribución de frecuencias que arroja el modelo en la celda de pronóstico no tiene que ser igual a la correspondiente a las celdas de asunción. En consecuencia, será necesario estar pendientes de realizar las pruebas de “Bondad de Ajuste” de la respuesta.

La prueba de “Bondad de Ajuste” se hace utilizando la opción “Run” que aparece encima de la gráfica de salida y escogiendo “Overlay Chart” del menú y pulsando “Add Forecast”. Se escoge del menú, la celda de pronóstico cuya distribución deseamos analizar y se pulsa OK. Acto seguido, se escoge “Add Distribution” y se coloca el cursor en “Fit” en la ventana “Distribution Overlay”. Ahora se pulsa “Next” y se escoge la prueba que mas converga en Ranking Method, marcando en “Show Comparison Chart and Goodness of fit-Statistics”.

En el caso de las distribuciones CONTINUAS, los parámetros son los que se indican en la tabla N° 7:

DISTRIBUCIONES CONTINUAS

DISTRIBUCION	POSICION	ESCALA	FORMA
Uniforme	x_{\min}	$X_{\max} - x_{\min}$	-
Normal (Gauss)	μ	σ	-
LogNormal	μ	σ	-
Gamma	L	β	α
Beta	-	S	α y β
Weibull	L	α	β
Valor Extremo	moda	α	-

Tabla N° 7

En el caso de las distribuciones DISCRETAS, la definición de las mismas viene dada por los parámetros expuestos en la tabla N° 8:

BERNOULLI (1CASO)	Probabilidad	-	-
Binomial (Eventos Repetidos)	Probabilidad	Intentos	-
Poisson (Eventos en 1 tiempo)	Rata de ocurrencia		-
Hypergeométrica (Sin reemplazo)	Probabilidad	Intentos	Tamaño de población

Tabla N° 8

La ventana de la computadora mostrará ahora la comparación de las gráficas de frecuencia con la curva de ajuste dibujada encima del histograma, apareciendo como primera opción la curva de mejor ajuste y sus parámetros e indicando los valores *Chi Cuadrado*, *Kolmogorov Smirnov* y *Anderson Darling*.

No siempre es necesario utilizar la primera opción y por ello conviene buscar una distribución que cumpla con la prueba de bondad de ajuste y que sea fácil de manejar: Gamma, Beta, Lognormal y normal.

Cuando utilicé por primera vez este programa quedé muy sorprendido de su sencillez de operación y pude comprobar la certeza de los resultados obtenidos. Si se observa la salida que produce una hoja de cálculo Excel en la que se ha modelado el factor de seguridad al volcamiento de un muro de concreto en voladizo de 6.5 metros de altura, el cual es sometido a empuje activo

del terreno, se podrá apreciar la ventaja del empleo del programa *Cristal Ball*. A continuación, en la tabla N° 9, se presenta la hoja Excel y la salida *Cristal Ball*.

**PROFESOR ROBERTO CENTENO WERNER
CURSO POSTGRADO MECANICA DE SUELOS AVANZADA
UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA**

METODO MONTE CARLO
SIMULACION DE EMPUJE ACTIVO SOBRE MUROS APLICACION DE LA TEORIA DE COULOMB
EJEMPLO DE EMPLEO DEL PROGRAMA CRISTAL BALL PROFESIONAL 2000

INCLINACION DE LA CARA INTERNA DEL MURO (θ)	5
ANGULO DE RUGOSIDAD EN CARA INTERNA DEL MURO(δ)	18
ANGULO DE INCLINACION DEL TERRENO (α)	20
ANGULO DE FRICCION INTERNA DEL SUELO (ϕ)	28
COEFICIENTE DE EMPUJE ACTIVO (K_a)	0,52183

DATOS DEL MURO A CALCULAR	
ALTURA DEL MURO DESDE BASE	6,50 m
PROFUNDIDAD DEL AGUA	3,04 m
ESPESOR SUPERIOR PARAMENTO	0,30 m
ESPESOR INFERIOR PARAMENTO	0,45 m
PATA SALIENTE DE BASE	1,40 m
TALON DE LA BASE	1,50 m
BASE DEL MURO	4,00 m
ESPESOR DE LA BASE DEL MURO	0,45 m
PESO UNITARIO DEL SUELO SATURADO	2,16 T/m ³
PESO UNITARIO DEL AGUA	1,00 T/m ³
CALCULOS DE PESOS Y EMPUJES (DETERMINISTICOS)	
W_1	5,45 T/ml
W_2	4,32 T/ml
W_3	22,87 T/ml
PRESION DEL AGUA	5,99 T/ml
PRESION ACTIVA DE TIERRA	23,79 T/ml

CALCULOS PROBABILISTICOS CON CRYSTAL BALL	
MOMENTOS RESISTENTES CON RESPECTO AL PIE	
TODOS EL CONJUNTO RESISTENTE	76,9475
MOMENTOS ACTUANTES CON RESPECTO AL PIE	
PRESION DE TIERRA Y AGUA	54,3619
FACTOR DE SEGURIDAD AL VOLCAMIENTO (DETERMINÍSTICO)	1,415
FACTOR DE SEGURIDAD AL VOLCAMIENTO (PROBABILISTICO)	1,437
DESVIACION ESTANDAR DE LA RESPUESTA PROBABILISTICA	0,164
INDICE DE CONFIABILIDAD BETA	-2,66463
PROBABILIDAD DE FALLA AL VOLCAMIENTO	0,39%
FIABILIDAD DEL MURO AL VOLCAMIENTO	99,61%

Tabla N° 9

La salida gráfica del modelo probabilístico se presenta a continuación en la figura N° 5, e indica que la probabilidad de falla al volcamiento es virtualmente nula al obtener un factor de seguridad de 1.437 con una desviación estándar de 0.164 para 1000 intentos.

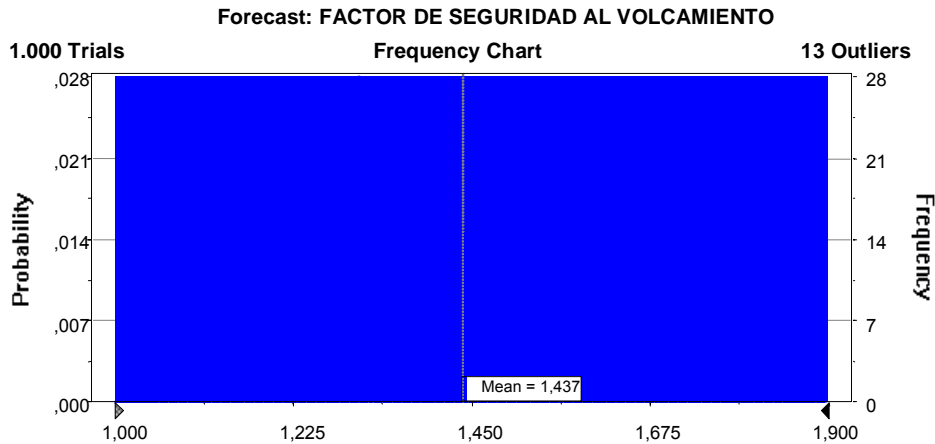


Figura N° 5

En la tabla N° 10, que sigue se presenta el comportamiento del modelo cuando se cambia el número de intentos y se mantiene el número semilla en 999.

Número de Intentos	Factor de Seguridad	Desviación Estándar	Coefficiente de Variación (%)	Índice Fiabilidad (β)	Fiabilidad (%)
500	1,430	0,170	11,89	2,53	99,43
1000	1,437	0,167	11,62	2,61	99,55
2000	1,437	0,166	11,55	2,63	99,57
4000	1,436	0,164	11,42	2,66	99,61
10000	1,438	0,164	11,40	2,67	99,62

Tabla N° 10

Como se puede apreciar, la fiabilidad aumenta algunas décimas al aumentar el número de intentos, lo cual es perfectamente lógico. El tiempo requerido para realizar los cálculos es de 2 seg. para 500 intentos y de 22 seg. para 10.000 intentos, empleando una computadora con procesador Pentium IV.

En el caso del muro en voladizo, se han alimentado variables con distribución normal y se han obtenido respuestas con distribución de frecuencias Gamma o Lognormal con “Bondad de ajuste” aceptables.

Un programa de esta naturaleza no tiene límites fijos, sino los que le establezca la inteligencia humana, no obstante, es imprescindible que los resultados sean interpretados con pericia, para garantizar que los pronósticos respondan a la realidad.

Hemos podido comprobar que el programa realiza operaciones matemáticas empleando distribuciones probabilísticas en vez de valores determinísticos; tales como sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, las cuales serían bastante complejas para ser realizadas a mano. Además, tiene la particularidad de poder ofrecer, ya incorporada a la solución, la prueba de bondad de ajuste que nos indicará cual es la distribución o distribuciones de pronóstico, con la que podemos cuantificar el riesgo de obtener valores de pronóstico inferiores o superiores a valores de control preestablecidos.

La mayor ventaja que le vemos a este programa es la facilidad con la que explica cada paso que va dando y la forma como realiza los análisis paramétricos y las pruebas de sensibilidad, dándole oportunidad al usuario de comprender bien el significado de la simulación probabilística. Además, ayuda notablemente a no perder tiempo en procesos complejos de interpretación de resultados, por cuanto cuenta con herramientas que permiten hacer una “disección completa” del problema que se analiza, no dejando dudas de ninguna especie.

Es el programa que mejor explica la diferencia entre la variabilidad matemática y la incertidumbre, permitiendo SEPARAR ambas mediante un análisis en dos dimensiones.

Dispone de un método incorporado de optimización, denominado OPTQUEST , el cual permite escoger la solución óptima de un problema por más complejo que resulte, siempre y cuando se definan bien las variables de decisión; tal como es el caso de los controles presupuestarios y los rendimientos físicamente posibles para las operaciones de construcción.

El programa fue originalmente diseñado para ser utilizado en el mundo financiero, pero su versatilidad lo hizo aplicable a problemas de optimización de diseño de aeronaves, del manejo de salas de emergencia en hospitales, del diseño de lanzamiento de cohetes espaciales, del manejo de programas PERT CPM con variables Probabilísticas y con restricción de gastos. Ha resultado muy útil en el estudio de canalizaciones complejas en la confluencias de ríos que llegan al sitio con diferente caudal, en los problemas relacionados con el arrastre de sedimentos y en el diseño de distribuidores de tránsito y de cruces semaforizados.

12. APLICACIONES PRACTICAS DE LA SIMULACION MONTE CARLO EN LA INGENIERIA GEOTECNICA VENEZOLANA

En Venezuela he conformado un equipo de ingenieros civiles dedicados al uso de la Simulación Monte Carlo en la Ingeniería Geotécnica, lo cual ha permitido iniciar la cuantificación del riesgo en el análisis de la estabilidad de taludes; analizar la fiabilidad del factor de seguridad en el caso del diseño de fundaciones profundas y estudiar la sensibilidad de los modelos a la variación inherente a la geología y a la incertidumbre de las variables empleadas.

Con el empleo de la simulación Monte Carlo y el programa Cristal Ball hemos podido analizar hasta veinte pronósticos fundamentados en combinaciones de hasta seis variables de *asunción consideradas actuando en tiempo real*, y lo que es más importante, hemos podido determinar los parámetros de las distribuciones resultantes en las celdas de pronóstico e identificar dichas distribuciones con pruebas contundentes de bondad de ajuste.

Así hemos podido resolver problemas que, en literatura técnica reciente, asomaban distribuciones probables de pronóstico que no habían podido ser precisadas por métodos convencionales. Tal es el caso del factor de seguridad al deslizamiento de un muro de contención presentado en forma muy clara por el Prof. Michael Duncan en Abril de 2000, Ref (11), empleando el método de las Series de Taylor para calcular las probabilidades del Factor de seguridad. El resultado obtenido por quien les habla, es idéntico al obtenido por el profesor Duncan, pero resulta más comprensible para los estudiantes de ingeniería y para los ingenieros geotécnicos.

El programa *Cristal Ball Profesional 2000* me ha permitido analizar con suma efectividad las distribuciones de respuesta en el caso del diseño de muros de retención de tierra, en los análisis de estabilidad de taludes y en el diseño de fundaciones. Del referido análisis ha sido posible

obtener el valor esperado y la varianza de la distribución resultante, tarea que se facilita enormemente por estar incorporado el análisis de la bondad de ajuste en la simulación Monte Carlo. En los ejemplos que se presentan a continuación se muestra la versatilidad del programa de simulación, incluyendo el análisis de la incertidumbre.

El cálculo del valor esperado y de la varianza poblacional se ha facilitado en el caso de las distribuciones BETA y GAMMA, pues se emplean los parámetros de **posicionamiento, escala y forma** que arroja la salida en las expresiones matemáticas especialmente destinadas para tal fin, las cuales se incluyen en la hoja de cálculo Excel. Las referidas expresiones son las que aparecen a continuación:

Distribución GAMMA $E(\mu) = \alpha \times \beta \times \text{escala}$ $\sigma^2 = \alpha \times \beta^2$

Distribución BETA. $E(\mu) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} + \text{posición}$ $\sigma^2 = \frac{\alpha \times \beta}{(\alpha + \beta)^2 \times (\alpha + \beta + 1)}$

Para otras distribuciones tales como la Weibull y la del Valor Extremo se utilizan las expresiones contenidas en el manual del usuario del programa Cristal Ball, haciendo la salvedad que estas distribuciones pueden salir como las favorecidas en el análisis "bondad de ajuste" por presentar el valor Kolmogorov Smirnov y de Anderson Darling mas eficiente, pero se prefiere ir a una distribución más conocida como los son la Gamma, la Beta, la Lognormal y la Normal , siempre y cuando la bondad de ajuste sea aceptable.

13. MANERA DE SEPARAR LA VARIABILIDAD DE LA INCERTIDUMBRE

Cuando el analista realiza un estudio destinado a medir la cuantificación del riesgo geotécnico, debe considerar que existen dos fuentes de variación en la respuesta que se obtiene con la Simulación Monte Carlo:

- a) Variabilidad
- b) Incertidumbre

Conviene explicar detalladamente estas dos fuentes de variación del pronóstico para mejor comprensión de la cuantificación del Riesgo que se realiza con la simulación Monte Carlo.

- a) La Variabilidad Inherente al Suelo y sus fuentes.

Como bien lo expresan Phoon y Kulhawy en la referencia (28), la incertidumbre en los estimadores de las propiedades de los suelos proviene de fuentes muy diversas entre las cuales destacan la que se refiere a la Variabilidad Inherente al los Depósitos de Suelo, la que depende del Proceso de Medición y la que depende del Modelo de Transformación Matemática.

La Variabilidad Inherente al Depósito del Suelo no puede ser eliminada aumentando el tamaño de la muestra, pues es inherente al sistema mismo y por ello genera un sesgo que siempre estará presente y que sólo puede ser cuantificado por métodos aproximados, como los propuestos por Vanmarcke 1977, Ref (9); Baecher (1985), Ref (2) y Christian, Baecher y Ladd (1997) Ref (9). En todo caso, seremos capaces de calcular estadísticos no sesgados que sirvan de estimadores de los parámetros de la población, como es el caso de la varianza muestral insesgada (s^2), pero no nos será posible eliminar el error con el aumento del tamaño de la muestra.

Si tomamos una muestra de tamaño N y estimamos con ella la media poblacional (μ) y la desviación estándar poblacional (σ) siempre cometeremos un error “ e ”, cuyo valor podemos controlar aumentando el tamaño de la muestra; sin embargo, el logro de errores muy bajos implica en la práctica la toma de muestras muy grandes, lo cual resulta antieconómico y consume mucho tiempo. Por tal motivo, se emplea la *Distribución Student* para le estimación de la Varianza Insesgada en muestras de tamaño pequeño $5 < N < 15$.

Nuestra experiencia docente nos ha permitido precisar que en la mayoría de los cursos de estadística aplicada a la ingeniería, se presentan ejemplos basados en técnicas de producción industrial en las que la desviación estándar poblacional (σ) es conocida, como es el caso de las maquinarias que fabrican pernos, tuercas, tornillos, municiones y otros productos cuyas dimensiones son controladas muy de cerca por instrumentos de alta precisión.

Este no es el caso de las mediciones que realizamos en un laboratorio geotécnico, en las exploraciones de campo y mucho menos de las que realizamos durante la excavación de un túnel minero o en la explotación de un frente de cantera. En estos casos la varianza no es conocida y el tamaño de la muestra siempre es limitado por razones económicas.

La experiencia y la disciplina con la llevemos a cabo nuestras mediciones de campo nos podrán ayudar en el momento de escoger una distribución de frecuencias parecida a la que pueda corresponder al universo o población que mejor represente la propiedad geotécnica que nos corresponda evaluar. La estadística Bayesiana ayuda mucho en estos casos, pero es indispensable mantener bases de datos bien ordenadas, y lo mas completas que nos sea posible, de manera de poder emplear los parámetros poblacionales acertadamente.

El ejercicio de la consultoría geotécnica se facilita notablemente cuando se utilizan técnicas aceptadas internacionalmete para evaluar la variabilidad inherente al suelo, pues ello permite

conformar documentos que pueden ser comprendidos por cualquier experto de otro país. En especial conviene emplear el concepto de la fluctuación (δ) en sentido vertical y horizontal.

La manera más conveniente de expresar la VARIABILIDAD INHERENTE AL SUELO es aplicando los conceptos establecidos por Vanmarcke (1977,1983), Baecher (1985),Spry et al (1988) y Phoon & Kalhawy (1999).

La variación inherente al suelo en sentido horizontal resulta menor que en el sentido vertical, debido a la conformación geológica de los estratos. Ello se debe a que en el proceso de deposición de los suelos, o de meteorización de la roca, la naturaleza se encarga de formar capas cuyos espesores dependen del mismo proceso, las cuales presentan propiedades geotécnicas variables que resaltan más en el sentido vertical y que son más homogéneas en el sentido horizontal.

El modelaje inherente a la variabilidad del suelo debe ser realizado siguiendo las recomendaciones establecidas en la referencia (2), toda vez que conviene utilizar una técnica común de evaluación que nos permita comparar los valores de la variabilidad geotécnica obtenidos en un determinado país y en un ambiente geológico determinado, con los que se obtienen en el resto del mundo en ambientes geológicos similares.

En la actualidad se realizan en Venezuela evaluaciones de la variabilidad inherente al suelo y a la roca en obras de ingeniería civil relacionadas con la construcción de sótanos urbanos y de fundaciones profundas, en las que se ejecutan pilas y muros colados excavados y vaciados en sitio con empleo de lodo bentonítico. Esta investigación se lleva a cabo en la zona Noreste de Caracas, donde el subsuelo está conformado por deposiciones aluvionales de tipo torrencial cuya descripción geomorfológica ha sido presentada por Singer y Muñoz.

Cuando se utilizan el método de simulación Monte Carlo es indispensable que se evalúe la variabilidad en forma independiente de la incertidumbre y que al realizar la simulación en dos dimensiones se establezcan cuales son las celdas de asunción que representan variables aleatorias de las que se sospecha que muestren incertidumbre y que se comparen con las que sólo presentan variabilidad inherente al suelo.

Si bien es cierto que lo expresado en el párrafo precedente parece una labor difícil de llevar a cabo, especialmente cuando no se ha realizado un buen proceso de inspección de la exploración de campo y del trabajo de laboratorio; siempre es posible realizar la simulación en dos dimensiones suponiendo que una de las variables presenta mucho menos incertidumbre que el resto de las que utiliza el modelo. Por ejemplo, el ángulo de fricción interna efectivo ϕ' tiende a

presentar un COV bajo, vecino al 10 %, al igual que $\tan \phi_b$ (Medida de la Cohesión Aparente), en comparación con la resistencia al corte no drenada S_u , cuyo COV es $> 20\%$.

La incertidumbre y su origen.

El término incertidumbre se refiere más bien a “falta de información” o a “la consecuencia de errores en el muestreo o en los ensayos de laboratorio o de campo. Los referidos errores constituyen el sesgo externo cuya eliminación es posible si se establece un control adecuado de los procesos de medición y se emplean suficientes taladros exploratorios bien inspeccionados. Por tal motivo, no es recomendable dejar la evaluación de las propiedades de los suelos en manos de personas no entrenadas, quienes no tengan pleno dominio de las normas establecidas en los códigos de investigación aceptados por la comunidad científica internacional.

Cuando se paga por obtener información que permita caracterizar las propiedades de los suelos es INDISPENSABLE que dicho pago no implique ahorros que vayan en perjuicio de la calidad de la información. En tal sentido, es muy poco recomendable la licitación de estudios geotécnicos, basando la escogencia del consultor cuyo precio resulta más barato, pues, por lo general los estudios “baratos” tienden a presentar “ruido estadístico”.

Un buen ejemplo del ruido estadístico es el que se presenta en los laboratorios de ensayo cuando los equipos no están debidamente calibrados de acuerdo a un patrón ISO. Otro ejemplo lo constituyen los sondeos SPT realizados sin la debida vigilancia de un profesional capacitado, en los que el procedimiento de ejecución se lleva a cabo con alejamiento de lo establecido en la especificación ASTM.

Por otra parte, cuando no disponemos de suficiente información, decimos que estamos ante un caso de incertidumbre y que, en consecuencia es nuestro deber arreglarnos de la mejor manera lícita para mejorar la información disponible.

Cuando existe incertidumbre por falta de información crece la probabilidad de cometer errores de importancia y con ello crece el riesgo de obtener resultados incómodos o indeseables. Por ello, si queremos limitar el riesgo a un valor tolerable, resulta indispensable reducir al máximo posible la incertidumbre. Una manera práctica de reducir la incertidumbre a valores tolerables es empleando la información cartográfica, en forma de mapas, la cual está disponible en entes públicos de reconocida solvencia técnica.

Por ejemplo, si estamos estudiando un terreno urbano difícil y no disponemos de fondos para hacer suficientes sondeos, podemos recurrir a los dueños de los terrenos vecinos para solicitarles la información geotécnica que ellos poseen y, previo análisis de su calidad, complementar la nuestra, sin tener que invertir excesivo tiempo y dinero para lograrlo.

Otras veces es factible adquirir o consultar pares estereoscópicos secuenciales en el Instituto Cartográfico del país, los cuales sirven para aclarar la posición de antiguos cauces de agua o detectar cambios topográficos causados por movimientos de tierra realizados en el lugar. El empleo de esta técnica sirve para eliminar o reducir la incertidumbre aumentando el cúmulo de información disponible.

Nuestra experiencia docente en Venezuela nos ha permitido entender que son pocos los ingenieros que han recibido entrenamiento para lograr realizar mediciones en pares estereoscópicos. Pocos tienen conocimiento de lo que significa una corrección por paralaje, o una marca fiduciaria y por tal motivo, son incapaces de determinar cotas aproximadas en fotografías aéreas.

La confección de mapas de ISOPACAS de relleno o de mapas de curvas de nivel del tope de la roca subterránea es una manera de reducir o de eliminar la incertidumbre cuando proyectamos un sistema de fundaciones profundas. Estos mapas pueden ser preparados por etapas, siendo la primera de ellas la que utiliza la información obtenida de taladros exploratorios propios del terreno en estudio y de otros correspondientes a terrenos vecinos. Las etapas subsiguientes se basan en información adicional obtenida de la excavación de las pilas o pilotes durante la construcción de la edificación, convirtiendo cada excavación de pila o pilote en un nuevo sondeo exploratorio. Este es el caso del terreno donde se construye el Centro Comercial Líder en Boleíta Sur, en la Avenida Francisco de Miranda en Caracas.

Cuando se combina la información obtenida de las excavaciones de muros colados perimetrales de sótanos con la que se obtiene de la excavación de pilas de fundación, se logran confeccionar mapas de tope de suelo duro o de roca que resultan muy útiles para el diseño de obras de subdrenaje de sótanos y para el mejoramiento del proyecto de fundaciones.

La incertidumbre relacionada con la delimitación de zonas húmedas en taludes naturales puede reducirse notablemente con el empleo de los termogramas, los cuales son algo parecido a fotografías aéreas, pero difieren en el tipo de sensor empleado.

El empleo de anteojos especiales para detectar zonas de vegetación mustia o enferma y delimitar áreas donde la clorofila se encuentra en niveles normales, constituye una ayuda invaluable para el estudio de la estabilidad de pendientes, pues permite ubicar zonas con tendencia a la saturación del suelo.

Existen muchas maneras indirectas y no destructivas para aumentar el cúmulo de información geotécnica, sin tener que recurrir a procesos complicados que, por lo general, consumen tiempo y recursos económicos importantes. Un ejemplo de ello es el empleo del radar de superficie para detectar cavidades y objetos enterrados en el subsuelo.

En la referencia (31) titulada “Organizing and Evaluating Uncertainty in Geotechnical Engineering” el profesor Robert Whitman, del MIT, presenta un excelente trabajo en el que se trata a fondo el tema de la incertidumbre en la práctica de la ingeniería geotécnica. Recomendamos insistentemente la lectura del trabajo antes citado, toda vez que en el mismo se explica prolijamente el significado y la importancia de la incertidumbre en todas las fases de un proyecto.

Morgenstern ha tratado el tema de la “Gerencia del Riesgo en la Ingeniería Geotécnica” en la reseña del Décimo Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones celebrado en México en 1995.

Otro importante trabajo que recomendamos leer con sumo detenimiento es el publicado por John Christian, Charles Ladd y Gregory Beacher, en el volumen 120, Número 12 del Journal of Geotechnical Engineering de ASCE en Diciembre de 1994. En esta publicación se explica en forma clara los cuatro orígenes de la incertidumbre en la evaluación de las propiedades de los suelos, haciendo especial hincapié en la falta de suficiente data y en el Error Sistemático que se deriva del error estadístico de la media y de los sesgos en los procedimientos de medición.

Un tema de suma importancia tratado en la referida publicación es el relacionado con la autocovarianza determinada en función de la separación de los puntos donde la medición de la propiedad geotécnica es realizada en el campo. De acuerdo con lo expresado por los autores Christian, Ladd y Baecher, las autocorrelaciones verticales deben ser hechas utilizando información de un mismo taladro, mientras que las autocorrelaciones horizontales deben ser realizadas en taladros diferentes a una misma cota de terreno.

14. USO DE LA HERRAMIENTA “BOOTSTRAP” PARA VISUALIZAR LAS ESTADÍSTICAS DE UN PRONOSTICO OBTENIDO POR SIMULACION

La técnica conocida con el nombre de “Bootstrap” fue introducida en el mundo de la estadística por Bradley Efron en el año 1979 y ha resultado posible en la práctica debido al auge de la computación. El gran desarrollo que han mostrado las computadoras personales ha puesto esta importante herramienta en manos de muchos profesionales quienes antes no podían acceder a un método de tan sencillo.

Cuando deseamos averiguar la precisión de un estadístico, tal como la media de una determinada distribución, recurrimos al “remuestreo con reemplazo” o un “nuevo muestreo”. Nuestra meta es obtener un número alto de intentos de remuestreo o de “muestreo nuevo”, para poder determinar COMO SE DISTRIBUYEN las medias de tamaño N .

En el caso de la distribución NORMAL este es un procedimiento muy común, el cual sirve para establecer los límites del valor medio y poder así cuantificar el “error medio estándar para el tamaño de muestra elegido.

Si tomamos todas las muestras “posibles” de tamaño N en el caso de una distribución NORMAL, es decir infinitas muestras de tamaño N obtendremos que el error estándar del ESTIMADOR de la media poblacional es:

$$ESM(\%) = \frac{Z_{\alpha} \times \sigma}{\sqrt{N}} \times 100$$

Expresión en la que z_{α} es la variable tipificada para un nivel de significación (α) preestablecido.

Si, por ejemplo, sabemos que σ es 0.55 Kg/cm² y solicitamos que α sea 5% encontraremos que z_{α} es 1.6449 y si nuestra muestra es de tamaño 20 el error estándar de la media es:

$$ESM(\%) = \left\{ \frac{1.6449 \times 0.55}{\sqrt{20}} \right\} \times 100 = 20.23\%$$

Si aumentamos el tamaño de la muestra a 50 manteniendo el valor de α y de σ , el error estándar de la media será ahora:

$$ESM(\%) = \left\{ \frac{1.6449 \times 0.55}{\sqrt{50}} \right\} \times 100 = 12.79\%$$

Los cálculos anteriores nos indican que a medida que aumenta el tamaño de la muestra disminuye el error estándar de la media, y que, en consecuencia, para obtener un error pequeño, digamos de 3%, tendremos que disponer de una muestra de tamaño 1000.

Cuando la distribución **no es normal** el cálculo se hace muy difícil y por ello tenemos que recurrir a una técnica de SIMULACION de Monte Carlo. Tal simulación puede ser realizada por *CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000* en forma muy sencilla, empleando para ello la herramienta “BOOTSTRAP”

En forma muy resumida, el método consiste en analizar la estadística de la muestra en forma empírica, muestreando repetidamente la data y creando distribuciones de los diferentes

estadísticos para cada muestra. Puede ser utilizada para estimar el coeficiente de correlación de dos juegos de datos empleando la técnica descrita por James H. Stapleton en la referencia (12).

Esta herramienta contempla dos (2) posibilidades para realizar la simulación:

a) por remuestreo con reemplazo y b) por muestreo nuevo. En el primer caso va remuestreando con reemplazo hasta alcanzar el valor N fijado (Tamaño de Muestra) y realiza la operación en forma expedita. En el segundo caso tiene que producir una nueva muestra sin reemplazo y el trabajo consume un tiempo considerable, no obstante es mucho más preciso que el primero.

Los pasos a seguir para la puesta en práctica de la herramienta BOOTSTRAP en el procedimiento de Simulación de Monte Carlo es la que a continuación se presenta:

- 1) Arranque el programa *Crystal Ball Profesional 2000* en la hoja Excel y abra el archivo en el cual desea aplicar Bootstrap.
- 2) En el menú que aparece en la barra horizontal en el tope de de la ventana que sale al abrir *Crystal Ball* ubíquese en **CB TOOL** y con el ratón baje hasta llegar a **Bootstrap**. Aparecerá la ventana de dialogo y en la misma se deberá escoger la variable que desee analizar de la lista de pronósticos (Forecasts) que aparece en pantalla
- 3) Seleccione la variable deseada y pulse **Next**. Ahora aparecerán las dos(2) opciones de muestreo.
- 4) Esté seguro de que escoge **one simulation method** y **statistics options** de la lista, la cual es la más rápida de correr en la computadora.
- 5) Pulse **Next** con el ratón, aparecerán las opciones específicas (Step 3 de 3) en la ventana.

Establezca las siguientes opciones:

- **Bootstrap Samples** se establece en 200, con lo cual se le ordena a la máquina que en cada muestra calcule 200 Muestras Bootstrap.(puede escoger otro número si lo desea).
- **Trials per Sample** se establece en 500, o en el número de corridas por muestra que se desee.
- **Muestre sólo Target Forecast.**

6) Haga click en **Start** para que comience a correr el proceso Bootstrap y espere unos minutos mientras la computadora analiza en detalle las 200 muestras Bootstrap de tamaño 500.

Al final del cálculo, el cual toma escasos minutos, la computadora generará la información estadística detallada que contendrá todos los estimadores muestrales para cada uno de los 200 experimentos “Bootstrap” de tamaño 500.

15. COMPARACION DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR EL METODO DE SIMULACION MONTE CARLO CON LOS OBTENIDOS POR UN METODO ACEPTABLE DE CALCULO MANUAL.

La mejor forma de demostrar la conveniencia y la utilidad del método de simulación Monte Carlo es comparando los resultados que se obtienen al aplicarlo a un caso que ha sido resuelto por un método manual y que esté reportado en una referencia de reconocida solvencia técnica.

En nuestro caso hemos escogido un muro de sostenimiento cuya fiabilidad al deslizamiento por la base ha sido calculada por el profesor Michael Duncan en la referencia N° 11. Al escoger este caso, se tiene la ventaja de disponer de una metodología aceptada por la Comunidad Técnica Internacional y de unos resultados que sirvan de base para la comparación.

El muro es el que se presenta en la Figura N° 6:

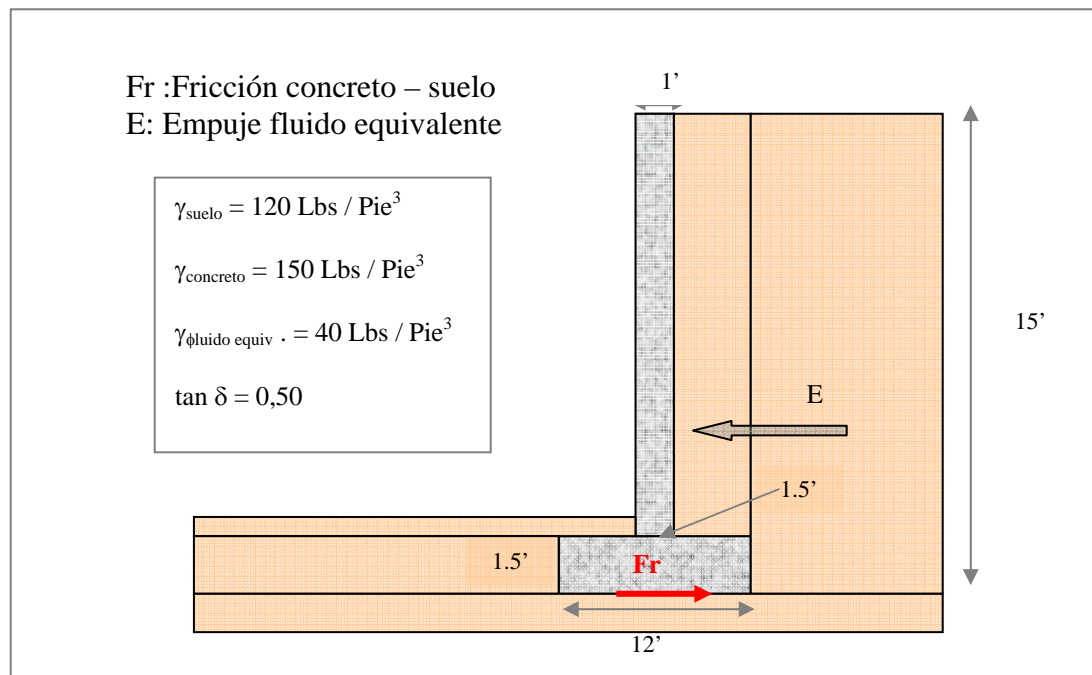


Figura N° 6

Se realizan los cálculos por el método manual, indicado en la referencia (11) y se obtienen los siguientes resultados:

- Peso Unitario del Fluido Equivalente³ = 40 Lbs/pie³
- Resistencia al deslizamiento en la base = 8156.25 Lbs
- Empuje horizontal = 5445 Lbs.
- Factor de seguridad al deslizamiento:

$$F_s = \frac{8156.25}{5445.00} = 1.5$$

Como este valor por si sólo no tiene un significado para evaluar la fiabilidad de la obra a la falla por deslizamiento, es indispensable calcular la desviación estándar de dicho valor empleando para ello el procedimiento que se explica a continuación:

Para el cálculo de los factores de seguridad de cada componente se utilizaron los siguientes valores de las desviaciones estándar:

$$S_{\gamma \text{ equiv}} = 5 \text{ lbs/pie}^3 \quad S_{\gamma \text{ suelo}} = 7 \text{ lbs/pie}^3 \quad S_{\gamma \text{ concreto}} = 2 \text{ lbs/pie}^3$$

$$\text{Tan } \delta = 0,05$$

El cálculo de los factores de seguridad parciales se realiza empleando para cada componente el valor más probable más 1 desviación estándar y el valor más probable menos una desviación estándar, dando como resultado:(Ver tabla N° 11)

Variable Considerada	Valor más Probable	Desviación Estándar	Valor Más Prob.+ 1 DS	Valor Más Prob. - 1 DS	FS (+) Y FS (-)	Δ Factor de Seguridad
Fluido Equiv.	40	5	45	35	1,331/1,771	-0,380
Tan δ	0,50	0,05	0,55	0,45	1,647/1,348	0,299
γ Suelo	120	7	127	113	1,550/1,440	0,120
γ Concreto	150	2	152	148	1,505/1,491	0,014

Tabla N° 11

³ Se denomina Fluido Equivalente al conformado por un suelo que pesa el equivalente al peso unitario del suelo mismo multiplicado por K_a (coeficiente de empuje activo)

El cálculo del factor de seguridad parcial F^+ se realiza empleando para la variable considerada el $VMP + IDS$, dejando el resto de las variables en su valor más probable. El del F^- se realiza empleando para la variable considerada el $VMP - IDS$, dejando el resto de las variables en su valor más probable.

Como ejemplo calculemos el F^+ del Fluido Equivalente determinando el empuje horizontal con 45 lbs en vez de 40 lbs y el F^- con 35 lbs en vez de 40 lbs. El resultado es:

$$F^+ = 8165,25/6125,63 = 1,331 \quad F^- = 8156,25/4764,38 = 1,711 \quad \Delta F = 1,331 - 1,711 = -0,380.$$

El resto de los valores de ΔF para cada variable considerada se calcula de la misma manera.

La Desviación Estándar del conjunto se calcula empleando la Serie de Taylor:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Delta F_1^2}{2} + \frac{\Delta F_2^2}{2} + \frac{\Delta F_3^2}{2} + \frac{\Delta F_4^2}{2}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{-0.38^2}{2} + \frac{0.299^2}{2} + \frac{0.115^2}{2} + \frac{0.014^2}{2}} = 0.25$$

El coeficiente de variación resulta igual a $\frac{0.25}{1.50} \times 100 = 16.67\%$

Con el valor del coeficiente de Variación CV, podemos calcular ahora el Índice de Fiabilidad β_{Ln}

$$\beta_{Ln} = \frac{\frac{LnE(x)}{1+CV^2}}{\sqrt{Ln(1+CV^2)}}$$

$$\beta_{Ln} = \frac{\frac{Ln1.5}{1+0.1667^2}}{\sqrt{Ln(1+0.1667^2)}} = 2.3828$$

Como el Índice de Fiabilidad (Reliability Index) es Log-Normal, podemos entrar en la tabla de la Distribución Normal y encontrar que la Fiabilidad es 98,87 % y que la probabilidad de Falla es $100 - 98,87 = 1,12$ %

Ahora podemos realizar el cálculo empleando el Método Monte Carlo, como se indica a continuación y obtendremos los mismos resultados que ha obtenido *Duncan* por el Método de las Series de Taylor.

Para ello preparamos la hoja de cálculo Excel y asignamos a las variables (celdas de asunción) una distribución normal empleando los valores esperados y las desviaciones estándar de cada una de ellas, como se indica en la data original de *Duncan*.

Los resultados que se obtienen se presentan en la tabla N° 12:

Numero de Repeticiones	E(x)	σ	CV	Distribución	β_{Ln}
1000	1,52	0,26	0,1710	Log Normal	2,396
2000	1,52	0,26	0,1710	Log Normal	2,396
4000	1,52	0,26	0,1710	Log Normal	2,396

Tabla N° 12

Como se puede apreciar, el Método Monte Carlo es mucho más eficiente y se obtienen resultados casi idénticos a los obtenidos con el método de las Series de Taylor empleado por *Duncan*. Referencia (11)

16. USO DE LA CARTA TORNADO DE CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000 PARA ANALIZAR EL IMPACTO DE CADA VARIABLE EN EL RESULTADO DEL MODELO DE SIMULACION

Cuando nos interesa averiguar sobre el impacto que tiene cada una de las variables utilizadas en un modelo de simulación de Monte Carlo, tomadas una a una, podemos utilizar la “Carta Tornado”.

Esta herramienta resulta útil para realizar estudios paramétricos y se diferencia del METODO DE LA CORELACION en que cada variable (celda de asunción) es considerada por separado.

No obstante, el usuario debe tener en consideración las siguientes advertencias al utilizar de la Carta Tornado para examinar la influencia de cada variable por separado:

- ✓ Debido a que la herramienta ensaya cada variable por separado, no considera las posibles correlaciones que puedan existir entre ellas.
- ✓ El método de la correlación que se incluye en el análisis de sensibilidad contenido en la opción “Run Preferences”, en el menú de la barra superior de la pantalla, supera en calidad a la Carta Tornado.

Estas aclaratorias se hacen con el fin de evitar que se emplee una herramienta de *CRYSTAL BALL* sin estar al tanto de las limitaciones que pueda presentar.

En el ejemplo que se presenta a continuación, el cual se refiere a la Simulación Monte Carlo del muro en voladizo, se explica el funcionamiento de esta herramienta. La salida en pantalla, que se presenta en este ejemplo, muestra la facilidad de interpretación de la influencia que cada variable, por separado. Ver figura N° 7.

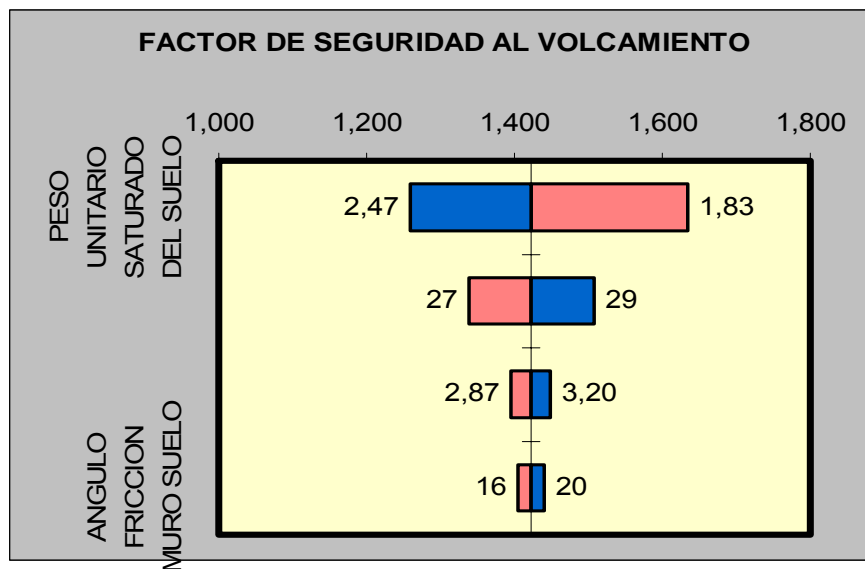


Figura N° 7

17. MATRIZ DE CORRELACION Y SU USO EN LOS MODELOS DE SIMULACION

Cuando dos variables dependen una de la otra, se dice que están correlacionadas y que su covarianza no es nula. Mientras mayor resulte la covarianza mayor resultará la correlación entre las variables y menor su independencia.

Cuando existe alta correlación, ello puede influir notablemente en los resultados de la simulación, causando importantes variaciones en las estimaciones de los riesgos. Si la correlación entre variables no es tomada en consideración en la simulación se obtendrán resultados que no son confiables.

Hay dos tipos de correlaciones:

- 1) La correlación positiva, la cual indica que al crecer una de las variables también crece la otra.
- 2) La Correlación negativa, la cual indica que al crecer una variable decrece el valor de la otra.

La matriz de correlación es aquella que está constituida por los coeficientes de correlación entre las variables. En dicha matriz se observa una diagonal formada por coeficientes de correlación unitarios y un triángulo superior o inferior formado por el resto de los coeficientes de correlación. Esto indica en forma clara y precisa que cada variable tiene 100% de correlación consigo misma y que los valores mostrados en el triángulo son los que corresponden a las combinaciones entre variables diferentes.

La matriz de correlación es muy útil para ahorrar tiempo en los cálculos que realiza la simulación Monte Carlo, pues evita que el proceso sea llevado adelante suponiendo que las variables son independientes; aunque la covarianza nula no indique absoluta independencia.

Debe hacerse hincapié en el hecho que en el *Software CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000* se supone **que no existe correlación serial** en alguna de las variables y que, de existir; el resultado que arroje el modelo de simulación no es fiable.

Con la finalidad de aclarar el significado del término “Autocorrelación”, vamos a referirnos a la definición que hace el Dr. Derick Boyd en la referencia obtenida de D.A.C.Boyd@uel.ac.uk, la cual expresa textualmente que: “*La autocorrelación es un caso especial de la correlación y se refiere no a la relación entre dos variables, sino a la relación entre valores sucesivos de la misma variable*”. En esta referencia se utiliza el término “*lagged values*”, el cual significa valores desplazados en el tiempo.

Cuando existe “correlación serial”; es decir, cuando se trata de series de mediciones realizadas en el tiempo en una misma variable, y una medición nueva que está correlacionada con una anterior, como es el caso de las resistencias del suelo cemento, se dice que existe autocorrelación. En dicho caso la covarianza recibe el nombre de autocovarianza, la cual es diferente de cero por el hecho de existir tal correlación.

Tal y como lo expresa John Christian en la referencia (9) la autocovarianza y la auto correlación describen cuan acertadamente un valor determinado en un punto puede servir para predecir el valor en otro punto ubicado a una distancia “ r ” del primero. Ello es equivalente a decir: “en otro momento retrasado con respecto al momento de la medición actual”.

Una referencia obligada para una mejor comprensión del significado de la autocorrelación y de la correlación serial, es el trabajo presentado por el Dr. Derick Boyd del Departamento de Economía de la Universidad del Este de Londres, Inglaterra, el cual se titula Autocorrelation/Auto-Regression/Serial Correlation el cual se puede obtener de Internet en la dirección D.A.C.Boyd@uel.ac.uk. En el referido trabajo se presentan ejemplos del uso de las pruebas Durbin Watson o Durbin h. para el ensayo de la autocorrelación.

Cuando se utiliza el recurso de la “Matriz de Correlación”, es obligatorio suponer de antemano coeficientes de correlación entre variables.⁴ Dicha suposición debe ser hecha con cuidado, sin caer en exageraciones. La observación de la data es de fundamental importancia, por cuanto con muestras de diferentes tamaños es posible realizar la prueba F (Fisher) para comprobar la significación estadística del coeficiente de correlación obtenido.

En el caso de que el usuario de *CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000* introduzca valores inconsistentes de los coeficientes de correlación en la matriz, el software trata de ajustar dichas correlaciones para que no ocurra conflicto. Mientras mayor sea el número de correlaciones empleado en el análisis habrá mayor posibilidad de que se produzcan conflictos y el software *CRYSTAL BALL* no logrará llevar a cabo el proceso de la simulación. Por tal motivo, es necesario que el usuario ponga en práctica sus conocimientos en materia de correlación y covarianza, y no se confunda con la autocorrelación y la autocovarianza.

La minuciosa revisión de la data que se obtenga en el campo o en el laboratorio y el estudio comparativo de lo que sucede cuando se compara el comportamiento de dos variables, es un camino cómodo para estimar si la correlación existe, y si resulta positiva o negativa. No obstante, se recomienda emplear la prueba Durbin Watson o la Prueba Durbin h para asegurarse del valor de correlación apropiado.

⁴ *Crystal Ball* trabaja con Coeficientes de Correlación entre dos variables y no con coeficientes de autocorrelación, pues supone que esta última no está presente.

El cálculo de los coeficientes de correlación entre las variables no debe confundirse con el cálculo del coeficiente de correlación de una regresión múltiple. El valor de correlación que exige la matriz de correlación es el coeficiente de correlación “entre dos variables”, lo cual se puede hacer utilizando el método de los mínimos cuadrados aplicando a la data obtenida en el campo o en el laboratorio. Se recomienda emplear la prueba F para verificar la significación estadística del coeficiente de correlación.

La determinación de los coeficientes de correlación puede ser hecha empleando las fórmulas convencionales de regresión lineal simple; no obstante, *Cristal Ball Profesional 2000* permite utilizar una herramienta incorporada en el menú Cell> Define Assumption, la cual se utiliza como se indica a continuación:

Para comenzar se debe mantener abierta una hoja de cálculo Excel en la que los valores de las variables a ser correlacionadas se presenten en columnas, siendo conveniente que el número de determinaciones sea superior a 20.

- a) Seleccionar la celda que corresponda a una de las variables que desea correlacionar.
- b) Seleccionar Cell > Define Assumption.
- c) Hacer click en *Correlate* para que aparezca la ventana de diálogo de correlación, en la que se puede introducir numéricamente el coeficiente de correlación, ubicándolo en la casilla situada a la izquierda de la barra horizontal que indica valores entre -1 y $+1$.
- d) Seleccionar la segunda celda (Variable Probabilística) de asunción que se desea correlacionar con la primera. El cursor se moverá a la casilla donde se tiene que introducir el coeficiente de correlación.
- e) Insertar el coeficiente de correlación que considere el más acertado en la casilla que se ubica al lado izquierdo de la barra gráfica indicativa del coeficiente de correlación. Al realizar esta operación el cursor se moverá para indicar gráficamente en la barra horizontal graduada entre -1 y $+1$ el valor introducido en la casilla.
- f) Hacer click en “calcular” para que aparezca la gráfica que correlaciona las dos variables seleccionadas. Si los puntos de dicha gráfica se ubican en la cercanía de la línea central, ello quiere decir que la correlación es alta y que, en consecuencia debe ser tomada en cuenta en la simulación.

- g) Si los puntos mostrados en la gráfica se encuentran alejados de la línea central, ello quiere decir que la correlación es baja y que puede obviarse en el proceso de simulación. Nos referimos a valores tan bajos como 0.30 o menos.

18. SIMULACION EN DOS DIMENSIONES

Todo lo que se ha presentado hasta este punto, está relacionado con el manejo de las herramientas de *Crystal Ball Profesional 2000* para realizar cálculos estadísticos en los que sólo se toma en consideración la variabilidad, sin tomar en consideración la INCERTIDUMBRE. Ello quiere decir que en todos los cálculos hechos hasta ahora se ha considerado posible la cuantificación de la certeza estadística.

Lo expresado en el párrafo anterior significa que todas las variables consideradas hasta ahora no presentaron INCERTIDUMBRE en su determinación y que la información que ellas aportaron al modelo probabilístico fue suficiente para determinar con una certeza conocida todos los estadísticos de las variables de predicción de dicho modelo.

No siempre es posible asegurar que las variables con las que se alimenta el modelo estén libres de incertidumbre, la cual tiene su origen en los aspectos que han sido considerados en el apartado 13 de esta presentación, dedicado especialmente a analizar las posibles Fuentes de Incertidumbre.

Cuando se sospecha que las variables que alimentan un modelo probabilístico puedan contener incertidumbre, es indispensable separar las dos componentes de la variación de la respuesta: variabilidad e incertidumbre.

Debemos recordar que, tal y como se expresa en el apartado 13, **la variabilidad no se puede eliminar**, pues es inherente al depósito de suelo. Por ello la respuesta es probabilística y obedece a una distribución de frecuencias, la cual permite calcular probabilidades.

La herramienta “Simulación en Dos Dimensiones”, que se encuentra en el menú de *Crystal Ball Profesional 2000* permite llevar a cabo la separación de ambas componentes de la variación de la respuesta y le brinda al analista la posibilidad de verificar con mucho detalle los efectos de la incertidumbre.

La herramienta que se encuentra en **CB TOOLS** opera en forma conjunta con la herramienta **Bootstrap**, en forma automática, sin ser necesario invocarla por separado y genera tantos muestreos repetitivos de tamaño N como desee el analista, lo cual permite obtener N respuestas representativas de la combinación de variables ciertas y variables inciertas.

Con la finalidad de permitir una mejor comprensión del funcionamiento de esta herramienta, seguidamente presentaremos varios ejemplos en los que se utilizan hojas de cálculo Excel ya mostradas en esta conferencia.

Modelo para Estimar la Fiabilidad de la Resistencia al Volcamiento de un Muro de Sostenimiento de Concreto en Voladizo cuando existe incertidumbre

La hoja de cálculo Excel es la misma que ya utilizamos en el apartado 11 para estimar la Fiabilidad de la Resistencia al Deslizamiento de un Muro de Sostenimiento cuando no existía incertidumbre en las variables (celdas de asunción).

Lo que haremos en esta oportunidad es utilizar la herramienta de CB para separar las **variables inciertas** de las que no presentan incertidumbre, indicando el número de lazos externos que debe utilizar el programa para generar tantos remuestreos de tamaño N o, lo que desee el usuario del modelo.

Supongamos que deseamos 10 remuestreos de tamaño 1000 para considerar el efecto de la incertidumbre de las variables “fricción interna” y “fricción suelo paramento”, manteniendo el resto de las variables sin incertidumbre, es decir con variabilidad inherente al suelo.

Como se podrá apreciar en la salida de *Cristal Ball Profesional 2000*, al establecer incertidumbre en las variables “fricción interna” y “fricción suelo paramento”, se obtiene una gráfica muy interesante que se presenta a continuación, en la figura N° 8:

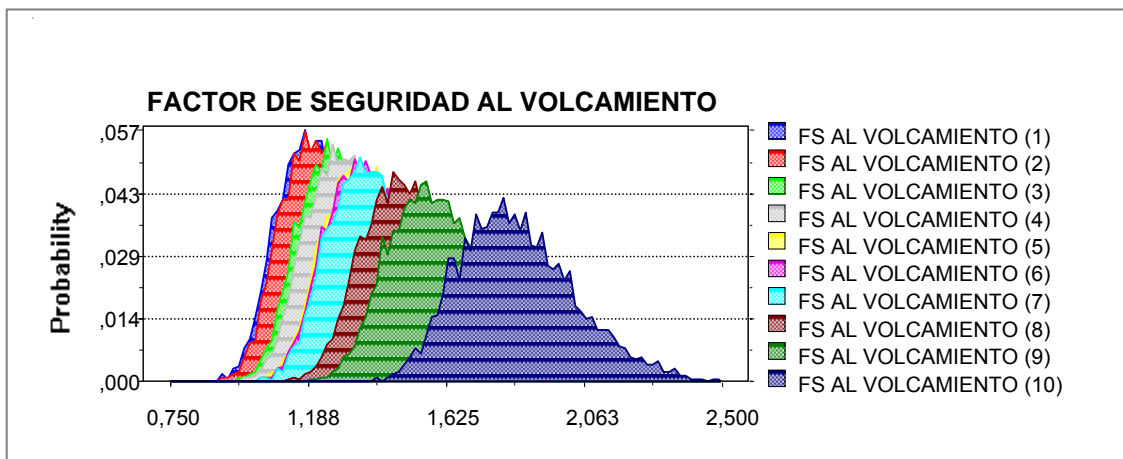


Figura N° 8

Coeff. of Variability	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
Minimum	1,062	1,083	1,115	1,153	1,162	1,171	1,201	1,208	1,208	1,226
Maximum	1,844	1,879	1,932	1,993	2,008	2,023	2,073	2,084	2,084	2,113
Range	0,782	0,796	0,817	0,841	0,847	0,852	0,872	0,876	0,876	0,887
Percentiles:										
5%-tile	1,132	1,155	1,188	1,227	1,237	1,247	1,278	1,285	1,285	1,304
10%-tile	1,168	1,191	1,227	1,267	1,277	1,287	1,320	1,327	1,327	1,347
15%-tile	1,202	1,226	1,262	1,304	1,314	1,324	1,357	1,364	1,364	1,384
20%-tile	1,222	1,247	1,284	1,325	1,336	1,346	1,381	1,388	1,388	1,409
25%-tile	1,240	1,264	1,301	1,344	1,354	1,364	1,399	1,406	1,406	1,427
30%-tile	1,256	1,281	1,317	1,360	1,370	1,381	1,416	1,423	1,424	1,444
35%-tile	1,272	1,297	1,335	1,379	1,390	1,401	1,436	1,443	1,443	1,464
40%-tile	1,290	1,315	1,353	1,397	1,408	1,419	1,454	1,461	1,461	1,482
45%-tile	1,307	1,333	1,372	1,416	1,427	1,438	1,475	1,483	1,483	1,504
50%-tile	1,330	1,355	1,394	1,440	1,451	1,463	1,499	1,507	1,507	1,528
55%-tile	1,345	1,371	1,412	1,458	1,469	1,480	1,517	1,525	1,525	1,547
60%-tile	1,365	1,392	1,431	1,477	1,488	1,500	1,537	1,545	1,545	1,566
65%-tile	1,381	1,408	1,448	1,496	1,507	1,519	1,557	1,565	1,565	1,588
70%-tile	1,400	1,428	1,469	1,517	1,529	1,541	1,579	1,587	1,588	1,610
75%-tile	1,420	1,447	1,488	1,536	1,548	1,560	1,599	1,606	1,606	1,628
80%-tile	1,442	1,470	1,512	1,560	1,571	1,583	1,623	1,632	1,632	1,655
85%-tile	1,475	1,504	1,548	1,599	1,611	1,623	1,664	1,672	1,672	1,695
90%-tile	1,519	1,549	1,594	1,644	1,656	1,668	1,708	1,717	1,717	1,740
95%-tile	1,574	1,604	1,649	1,701	1,713	1,726	1,768	1,777	1,777	1,802

Tabla N° 13

La tabla N° 13, que se ha presentado en este caso sólo ha considerado DIEZ (10) de las posibles combinaciones de incertidumbre, POR RAZONES DE ESPACIO, lo cual significa que el analista puede considerar las que juzgue conveniente, siendo 200 el límite máximo para el programa *CRYSTAL BALL PROFESIONAL 2000*.

19. SIMULACION MONTECARLO APLICADA AL ANALISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES

Si revisamos la literatura técnica disponible hasta la fecha podremos encontrar varios métodos de tipo DETERMINISTICO destinados al análisis de la estabilidad de taludes. La mayoría de ellos utiliza avanzadas técnicas para la obtención del Factor de Seguridad Mínimo y GEOSLOPE es uno de los más utilizados en Venezuela.

Nadie pone en duda la efectividad ni la rapidez del Programa GEOSLOPE para el Análisis de Estabilidad de Taludes, ni mucho menos la rapidez con la que permite determinar el centro de la

superficie de menor factor de seguridad, creando curvas de igual factor de seguridad en un retículo de posibles centros hasta llegar a la que encierra los posibles centros que corresponden a superficies con factor de seguridad mínimo.

Lo que hoy se analiza con sumo cuidado es el significado del Factor de Seguridad Mínimo determinado a partir de parámetros de tipo determinístico, especialmente si se tiene en consideración la incertidumbre con la que se determinan tales parámetros. Los análisis que se vienen realizando desde 1982, es decir, desde hace aproximadamente veinte años, arrojan dudas acerca de la bondad de un Factor de Seguridad UNICO y MINIMO para estimar la FIABILIDAD de una determinada geometría de talud con unos parámetros geotécnicos inciertos.

D'Andrea y Sangrey en su artículo "Safety Factors For Probabilistic Slope Design", publicado en 1982 comienzan su presentación expresando lo siguiente:

"La meta de todo análisis de estabilidad de taludes es evitar que se produzca falla por corte y movimiento hacia abajo del suelo en el talud. Desde que las variables que gobiernan el problema: cargas debidas al desbalance del peso del suelo y resistencia al corte del suelo son aleatorias mas que determinísticas en la naturaleza, cualquier talud tiene una probabilidad finita de falla asociada a su geometría."

Después de haber realizado un concienzudo análisis de un talud en un suelo fino, bajo condiciones de corte no drenadas, con la finalidad de alcanzar un **INDICE DE FIABILIDAD PREESTABLECIDO**, lo cual conlleva a una probabilidad de falla finita, los citados autores concluyen en lo siguiente:

"Los métodos determinísticos utilizados en el análisis de la estabilidad de taludes fallan cuando se trata de establecer una estimación precisa de la FIABILIDAD del talud (Slope Reliability)".

Considero importante dejar claramente establecido que el sistema probabilístico empleado por Malkawi, Hassan y Sarma, al cual hemos hecho referencia en el aparte 4.3 de esta presentación, sólo tiene que ver con la determinación eficiente del centro del círculo de menor factor de seguridad por el método y no con la Fiabilidad del talud.

En tiempos modernos, cuando la consecución de recursos monetarios para obras de construcción constituye un serio escollo, es indispensable presentar estimaciones numéricas que sirvan para cuantificar la FIABILIDAD de la obra y, en consecuencia, la FIABILIDAD DE LA INVERSION.

En los estudios destinados a cuantificar la INCERTIDUMBRE de los parámetros que intervienen en las variables que se emplean en los análisis de estabilidad es indispensable emplear métodos probabilísticos y uno de estos métodos es la Simulación Monte Carlo.

Ladd y Baecher (1983, 1991). Ref (9) hacen un exhaustivo análisis de tipo probabilístico en el caso del Proyecto Hidroeléctrico James Bay, ubicado en Quebec del Norte, Canadá. Se trata de 50 kilómetros de dique construidos en terraplén sobre arcillas blandas sensitivas, lo cual implicaba la responsabilidad de ir determinando la fiabilidad del proyecto a medida que se iba construyendo la obra.

La magnitud de la obra y su costo ameritó la designación de una Comisión Internacional para tratar lo relativo a la estabilidad de los taludes, toda vez que las opiniones profesionales relacionadas con el fortalecimiento del suelo de fundación causado por el proceso de construcción del terraplén siempre estuvieron muy divididas y hasta resultaron controversiales en este caso.

Christian, Ladd y Baecher (1994) publican el trabajo “Reliability Applied to Slope Stability Analysis” en el Número 12 del Volumen 120 del Journal de Ingeniería Geotécnica de la ASCE, en el cual se refieren al dique del Proyecto antes citado y llegan a las seis siguientes conclusiones. Me permito traducirlas al idioma español para su mejor comprensión por los ingenieros latinos:

- 1) *“El Índice de Fiabilidad (β) provee una medida más significativa de la estabilidad que el Factor de Seguridad F . Los ingenieros geotécnicos han reconocido desde hace mucho tiempo que el factor de seguridad, por si mismo, tiene poco significado físico y que la escogencia de un valor satisfactorio del mismo esta preñada de dificultades. En contraste, el Índice de Fiabilidad describe **la Seguridad** por el número de desviaciones estándar que **la separan del valor 1,0 el cual representa la falla**”⁵*
- 2) *“La Incertidumbre en los valores de las propiedades del suelo es un factor mayor de contribución en la incertidumbre asociada con la estabilidad de taludes y terraplenes”*
- 3) *“La estructura de la variación espacial puede ser empleada para estimar el nivel de ruido en la data de las propiedades del suelo y para eliminar dicho ruido del cálculo del Índice de Fiabilidad. Los efectos de la variabilidad espacial en el Índice de Fiabilidad calculado se reducen por el hecho de que la variabilidad se promedia en la región de la superficie de falla y es sólo su contribución promedio a la incertidumbre lo que realmente interesa”.*
- 4) *“La fuerza del Análisis de Fiabilidad no es que uno pueda obtener un mejor estimado de cada una de las incertidumbres relacionadas con el sesgo (bias) sino que uno puede manejarlas explícita y coherentemente”.*

⁵ Recordar que $\beta = [E(F) - 1,0] / \sigma(F)$, es decir que la diferencia se expresa como variable tipificada, en términos de $\sigma(F)$, es decir, tantas veces $\sigma(F)$, y que tal número β está asociado a una probabilidad de éxito y a su respectiva probabilidad de falla.

- 5) “Las incertidumbres en las propiedades de los suelos dan como resultado un umbral mas bajo de la probabilidad de falla, y **no la probabilidad absoluta de falla**.”
- 6) “1 % de posibilidad de que el talud entero falle es diferente a una certeza cercana de que 1 % de su longitud total falle y el análisis de Fiabilidad permite hacer tal distinción”.

Con la finalidad de analizar la posibilidad de aplicar el Método de Simulación Monte Carlo al análisis de Estabilidad de Taludes, para suelos ϕ , c , se incluye la hoja de cálculo en Excel que constituye la tabla N° 14, empleando el Método de Janbú, por ser el que mejor se adapta a la hoja de cálculo Excel, lo cual facilita la explicación del funcionamiento del proceso de Simulación Monte Carlo.

CONDICION INICIAL			ESTABILIDAD TALUDES METODO JANBU										Fo	1,4	
TAJADA	TAN α	Δx	p	u	c'	tan ϕ'	ΔQ	Bo	A'o	$n_{\alpha o}$	Ao	Δe_o	Eo		
1	1,13	4,40	5,30	2,12	1,0	0,67	0	26,35	13,73	0,68	20,32	11,84	0		
2	0,5	11,00	10,10	4,04	1,0	0,67	0	55,55	55,44	0,99	55,97	15,57	11,84		
3	0,18	11,00	8,60	3,44	1,0	0,67	0	17,03	48,84	1,05	46,44	-16,14	27,40		
4	-0,04	6,00	2,90	1,16	1,0	0,67	0	-0,70	12,96	0,98	13,23	-10,15	11,26		
							SUMAS	98,23	130,97		135,97	1,11	1,11		
												Fo	1,4		
PRIMERA ITERACION													FS TANTEO	F1	1,5
TAJADA	Eo	dEo/dx	tan α_t	h_t	T1	ΔT	t_t	B_t	A'_t	$n_{\alpha t}$	A_t	ΔE_t	E		
1	0		-	0	0	-							0		
	11,84	1,78	0,63	1,2	5,32	5,32	-1,21	20,34	10,18	0,66	15,43	10,05	10,05		
2						-									
	27,40	-0,03	0,33	1,8	9,09	3,77	-0,34	53,67	52,93	0,98	54,13	17,58	27,63		
3						-									
	11,26	-1,55	0,16	1,1	3,50	5,59	0,51	18,03	52,57	1,05	50,25	-15,47	12,16		
4						-									
	1,11			0		3,50	0,58	-0,84	15,30	0,98	15,60	-11,23	1,11		
							SUMAS	91,20	130,97		135,41	0,93	0,93		
F1 = FACTOR SEGURIDAD PRIMERA ITERACION										1,485					

Tabla N° 14

Skewness	-0,19	-0,18	-0,19	-0,19	-0,18	-0,18	-0,19	-0,18	-0,18	-0,18
Kurtosis	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25	3,25
Coeff. Of Variability	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
Minimum	1,232	1,252	1,257	1,269	1,269	1,272	1,276	1,283	1,290	1,297
Maximum	1,623	1,639	1,644	1,654	1,657	1,658	1,662	1,669	1,675	1,683
Range	0,390	0,387	0,387	0,385	0,387	0,386	0,386	0,387	0,385	0,385
Percentiles:										
5%-tile	1,363	1,382	1,387	1,398	1,399	1,402	1,405	1,412	1,419	1,427
10%-tile	1,386	1,405	1,410	1,421	1,422	1,425	1,428	1,435	1,442	1,449
15%-tile	1,399	1,417	1,422	1,434	1,435	1,437	1,441	1,448	1,454	1,462
20%-tile	1,411	1,429	1,434	1,446	1,447	1,449	1,453	1,460	1,467	1,475
25%-tile	1,421	1,440	1,445	1,456	1,457	1,460	1,463	1,470	1,477	1,485
30%-tile	1,430	1,448	1,453	1,464	1,466	1,468	1,472	1,479	1,485	1,493
35%-tile	1,437	1,455	1,460	1,471	1,473	1,475	1,479	1,486	1,492	1,500
40%-tile	1,444	1,462	1,467	1,478	1,480	1,482	1,486	1,493	1,499	1,507
45%-tile	1,452	1,470	1,475	1,486	1,487	1,489	1,493	1,500	1,507	1,515
50%-tile	1,457	1,475	1,480	1,491	1,493	1,495	1,499	1,506	1,512	1,520
55%-tile	1,464	1,482	1,487	1,498	1,500	1,502	1,506	1,513	1,519	1,527
60%-tile	1,471	1,489	1,493	1,504	1,506	1,508	1,512	1,519	1,526	1,534
65%-tile	1,477	1,495	1,500	1,511	1,513	1,515	1,519	1,526	1,532	1,540
70%-tile	1,484	1,502	1,507	1,517	1,520	1,521	1,525	1,532	1,539	1,547
75%-tile	1,492	1,510	1,515	1,526	1,528	1,529	1,533	1,541	1,547	1,555
80%-tile	1,502	1,520	1,525	1,535	1,538	1,539	1,543	1,551	1,557	1,565
85%-tile	1,511	1,529	1,534	1,545	1,547	1,549	1,553	1,560	1,566	1,574
90%-tile	1,523	1,541	1,546	1,556	1,559	1,560	1,564	1,571	1,577	1,585
95%-tile	1,546	1,564	1,568	1,579	1,581	1,583	1,587	1,594	1,600	1,608

Tabla N° 15

La Simulación Monte Carlo permite tener una visión mucho más clara de lo que significa el factor de seguridad en el caso del Análisis de la Estabilidad de los Taludes, pues se visualizan todos los escenarios posibles.

El valor del factor de seguridad mínimo y su correspondiente índice de confiabilidad, pueden ser obtenidos al fijar una probabilidad de falla dada y al observar detenidamente las tablas y las gráficas.

20. SIMULACION MONTE CARLO EN EL DISEÑO DE PAVIMENTOS FLEXIBLES

Desde el año 1986, cuando fue publicada la Guía de AASHTO para el Diseño de Estructuras de Pavimentos, ha tomado gran Importancia el uso de la FIABILIDAD (Reliability) en los cálculos,

y por tal motivo se ha incluido en dicha guía un nomograma que incluye una línea de pivoteo, a partir de la cual es posible introducir la fiabilidad deseada, expresada en términos de Probabilidad de Exito, teniendo en consideración el valor de la desviación estándar S_0 . El capítulo 4 de la guía está dedicado exclusivamente a la explicación del significado de la FIABILIDAD y a la manera de calcular la misma.

La ecuación en la que está basado el referido Nomograma es la siguiente:

$$\log_{10} W_{18} = Z_R \times S_0 + 9.36 \times \log_{10} (SN + 1) - 0.20 + \frac{\log_{10} \left[\frac{\Delta PSI}{4.2 - 1.5} \right]}{0.40 + \frac{1.094}{(SN + 1)^{5.19}}} + 2.32 \times \log_{10} M_R - 8.07$$

El significado de las variables de este modelo de predicción es el siguiente:

W_{18} = Número de Ejes Equivalentes a un Eje Sencillo (ESAL).

Z_R = Variable tipificada correspondiente a la Probabilidad R de Exito

S_0 = Es la Desviación Estándar Global.

SN = Número Estructural expresado en función de los espesores de las capas y de los coeficientes estructurales por unidad de espesor.

ΔPSI = Pérdida de Servicapacidad hasta alcanzar p_t

M_R = Módulo Resiliente del Suelo de Subrasante.

Si analizamos bien lo que se expresa en el referido capítulo 4, encontraremos que **no difiere** de lo que se ha explicado sobre la FIABILIDAD en esta presentación, cuando se tocó el tema del significado del Factor de Seguridad y la inconveniencia de utilizar una cifra única aislada que no estuviera basada en el cálculo probabilístico de la fiabilidad del Factor de Seguridad obtenido en los cálculos, pues lo que interesa no es el **Factor de Seguridad en sí mismo**, sino cuanto se separa dicho factor de la UNIDAD (Criterio de Falla) expresando la diferencia en términos de la desviación estándar global.

La ecuación de diseño asume una forma matemática explícita y sirve para predecir el Número de Ejes Equivalentes a un Eje Sencillo (ESAL) que la sección en proyecto puede soportar antes de alcanzar un INDICE TERMINAL DE SERVICIO (p_t) predeterminado por el propietario de la obra.

Es conveniente hacer notar que si sustituimos la predicción del tráfico W_T en la ecuación de diseño reemplazándola por W_t , el valor de R resultará igual a 1 y, en consecuencia $\log_{10} 1 = 0$; es decir que $Z_R = 0$, lo que significa que R es 50%, o lo que es lo mismo, que hay 50 % de oportunidad de que la sección diseñada NO SOBREVIVA el período de diseño con $p > p_t$.

Si por ejemplo escogemos como condición de diseño que la Fiabilidad R sea 95 % es necesario obtener el valor de Z_R que corresponde a $R = 0,95$ y este valor viene dado en la tabla de la Distribución Normal por la cifra 1,6449. Eso quiere decir que:

$$-1.6449 = \frac{\log_{10} F_R}{S_0} = Z_R$$

De la expresión anterior se deduce que $S_0 = -\frac{\log_{10} F_R}{Z_R}$

$$S_0 = \frac{\log_{10} 0.95}{-1.6449} = \frac{-0.022276}{-1.6449} = 0.0135$$

Veamos ahora que sucede si en la hoja de cálculo Excel que contiene la expresión de $\log_{10} W_{18}$ introducimos los valores de Z_R y de S_0 que hemos encontrado para $R = 95 \%$.

Utilicemos los valores que han sido empleados en el nomograma de la Guía para calcular W_{18} a partir de $SN = 5.0$ con la finalidad de confeccionar la hoja Excel de cálculo de $\log_{10} W_{18}$ y así poder calcular el número equivalente de ejes sencillos que podrían utilizar la sección de pavimento diseñada para una fiabilidad de 95%.

HOJA DE CÁLCULO PARA EL DISEÑO DE PAVIMENTOS FLEXIBLES

GUIA AASHTO 1986. SIMULACION MONTE CARLO	
Número de Ejes Equivalentes diarios	683
Número de Ejes Equivalentes en primer año	249.295
Tasa de Crecimiento compuesta por año	0,035
Período de Diseño en años	15
Número de Ejes Equivalentes al fin de Período de Diseño	417.656
Número de Ejes Equivalentes promedio en Período	333.476
Número de Ejes Equivalentes para Período de Diseño	5.002.133
Log 10 del ESAL de Diseño	6,6991552
Número Estructural de Tanteo	4,84
Índice de Servicapacidad Final	2,50
Índice de Servicapacidad Inicial	4,40
Pérdida de Servicapacidad Considerada	1,90
Módulo Resilente del Suelo	5.000 psi
Logaritmo de W_{18}	7,1890013
Desviación Estándar S_o	0,30
Coefficiente de Variación	0,0417
Índice de Fiabilidad Normal	1,6328202

Tabla N° 16

No debemos olvidar que sólo se ha considerado la variabilidad en la predicción de los Ejes Sencillos Equivalentes y que para nada hemos tocado lo concerniente a la posible incertidumbre en el valor de M_R . Las figuras N° 10, 11, 12 y 13, muestran el efecto del número de intentos empleados en la simulación Monte Carlo, en el valor del Factor de Seguridad.

A partir de la tabla N° 16, se ha corrido la simulación Monte Carlo con el programa *Cristal Ball* utilizando entre 500 y 5.000 repeticiones, 999 como número semilla y sin considerar incertidumbre. El resultado es el que se muestra a continuación:

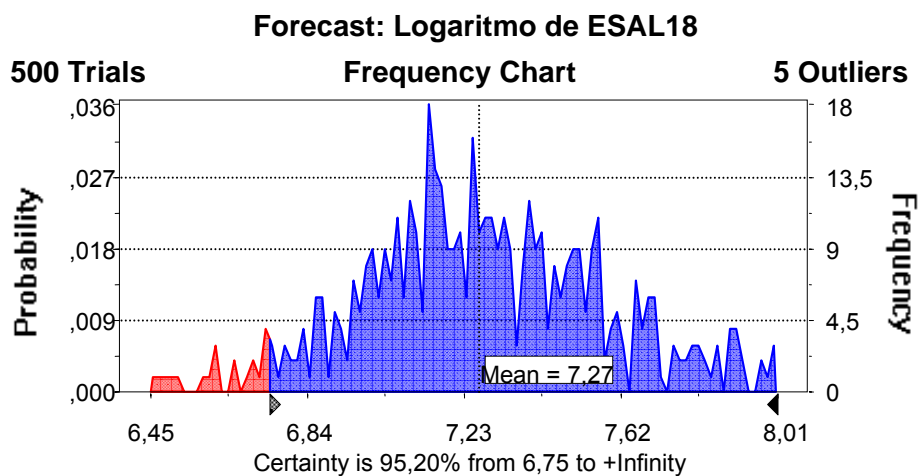


Figura N° 10

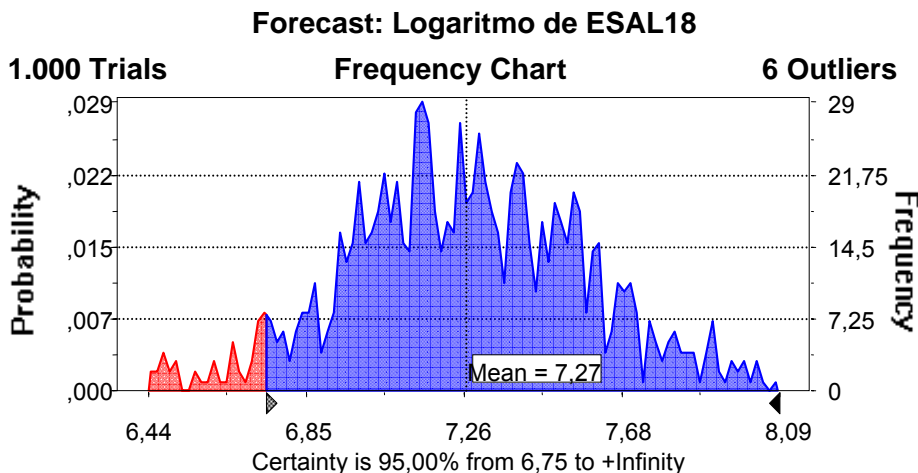


Figura N° 11

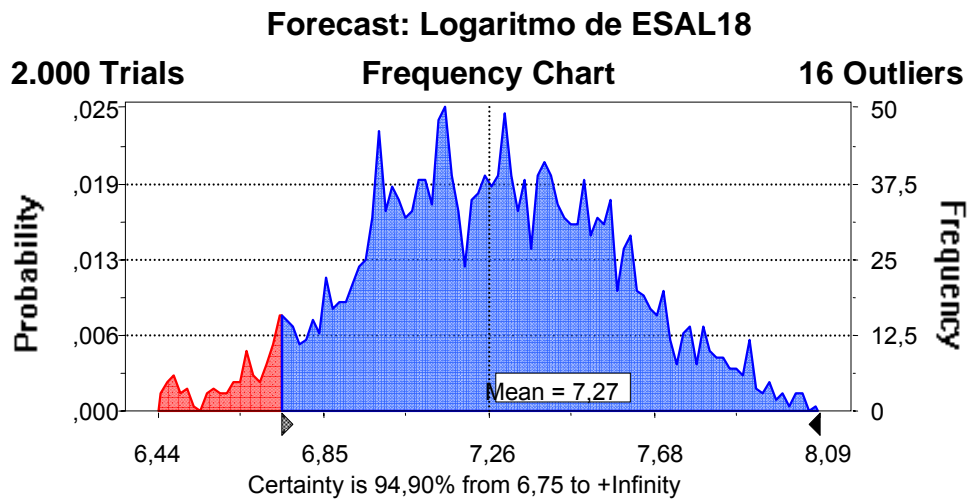


Figura N° 12

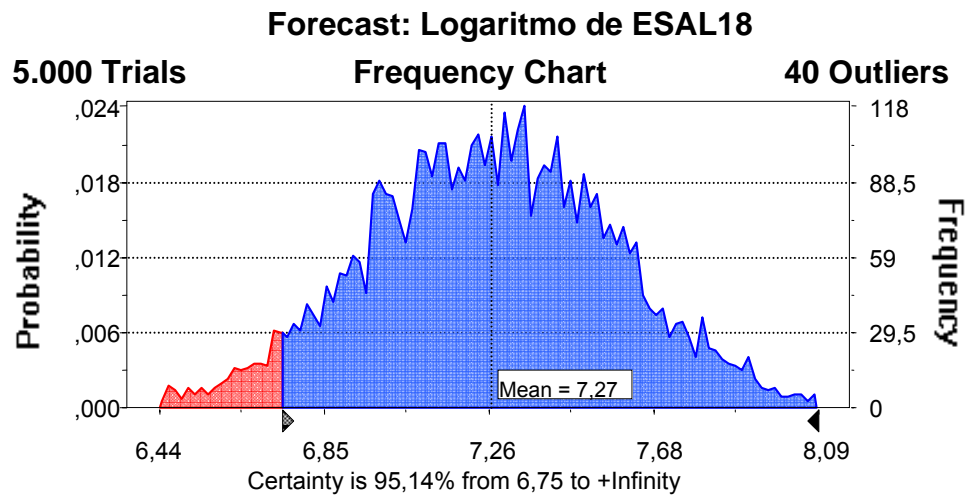


Figura N° 13

En la tabla N° 17 se observa la influencia del número de simulaciones Monte Carlo en el logaritmo del número de repeticiones de cargas equivalentes a 18 Kips., pudiéndose notar que la fiabilidad es casi constante.

Número de Intentos	Valor Medio Esperado Log W_{18}	Desviación Estándar Log W_{18}	Coefficiente de Variación (%)	Índice de Fiabilidad (β)
500	7,27	0,31	4,26	1,838
1000	7,27	0,31	4,26	1,838
2000	7,27	0,32	4,40	1,781
5000	7,27	0,32	4,40	1,781

Tabla N° 17

Cuando consideramos la incertidumbre que puedan presentar el Módulo Resiliente y los Coeficientes empleados para la determinación del Número Estructura, es indispensable que utilicemos la simulación en dos dimensiones y, en base a la experiencia se analicen las fiabilidades obtenidas para diferentes combinaciones paramétricas, de manera que se escoja la de mayor conveniencia desde el punto de vista de la seguridad y de la economía. La figura N° 14 y la tabla N° 18 muestran los resultados obtenidos para el caso de una simulación en dos dimensiones.

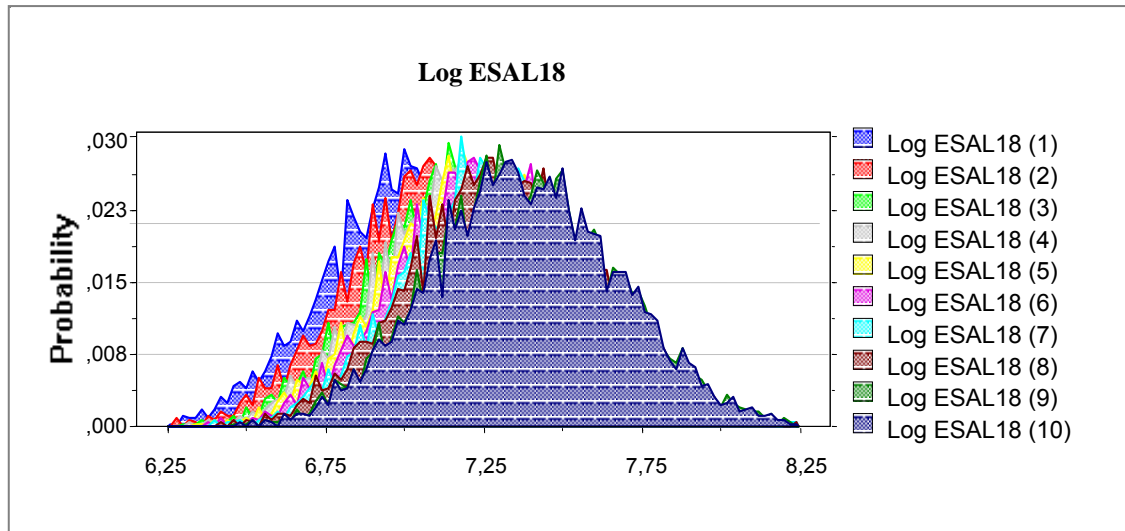


Figura N° 14

	Log ESAL18(1)	Log ESAL18(2)	Log ESAL18(3)	Log ESAL18(4)	Log ESAL18(5)	Log ESAL18(6)	Log ESAL18(7)	Log ESAL18(8)	Lo ESAL18(9)	Log ESAL18(10)
	7,07	7,14	7,22	7,23	7,26	7,28	7,31	7,32	7,38	7,38
Assumptions:										
Módulo Resilente	4064	4374	4716	4795	4909	5025	5169	5242	5534	5567
Statistics:										
Mean	7,07	7,14	7,22	7,23	7,26	7,28	7,31	7,32	7,38	7,38
Median	7,06	7,13	7,21	7,23	7,25	7,27	7,30	7,31	7,37	7,38
St. Deviation	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
Variance	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
Skewness	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
Kurtosis	2,96	2,96	2,96	2,96	2,96	2,96	2,96	2,96	2,96	2,96
Coeff. Variability	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
Minimum	6,15	6,22	6,30	6,31	6,34	6,36	6,39	6,40	6,46	6,47
Maximum	8,32	8,39	8,47	8,49	8,51	8,53	8,56	8,58	8,63	8,64
Range	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17
Percentiles:										
5%-tile	6,58	6,65	6,73	6,75	6,77	6,79	6,82	6,84	6,89	6,90
10%-tile	6,68	6,76	6,83	6,85	6,87	6,90	6,93	6,94	7,00	7,00
15%-tile	6,76	6,83	6,91	6,93	6,95	6,97	7,00	7,02	7,07	7,08
20%-tile	6,82	6,89	6,97	6,98	7,01	7,03	7,06	7,07	7,13	7,13
25%-tile	6,86	6,94	7,01	7,03	7,05	7,08	7,10	7,12	7,17	7,18
30%-tile	6,91	6,98	7,06	7,07	7,10	7,12	7,15	7,16	7,22	7,22
35%-tile	6,95	7,02	7,10	7,11	7,14	7,16	7,19	7,20	7,26	7,26
40%-tile	6,98	7,06	7,13	7,15	7,17	7,20	7,23	7,24	7,30	7,30
45%-tile	7,02	7,09	7,17	7,19	7,21	7,23	7,26	7,28	7,33	7,34
50%-tile	7,06	7,13	7,21	7,23	7,25	7,27	7,30	7,31	7,37	7,38
55%-tile	7,10	7,17	7,25	7,27	7,29	7,31	7,34	7,36	7,41	7,42
60%-tile	7,14	7,21	7,29	7,31	7,33	7,35	7,38	7,40	7,45	7,46
65%-tile	7,18	7,25	7,33	7,35	7,37	7,39	7,42	7,44	7,49	7,50
70%-tile	7,22	7,29	7,37	7,39	7,41	7,43	7,46	7,48	7,53	7,54
75%-tile	7,27	7,34	7,42	7,43	7,46	7,48	7,51	7,52	7,58	7,58
80%-tile	7,32	7,39	7,47	7,49	7,51	7,53	7,56	7,58	7,63	7,64
85%-tile	7,38	7,46	7,53	7,55	7,57	7,60	7,63	7,64	7,69	7,70
90%-tile	7,45	7,53	7,60	7,62	7,64	7,67	7,70	7,71	7,76	7,77
95%-tile	7,57	7,64	7,72	7,73	7,76	7,78	7,81	7,82	7,88	7,89

Tabla N° 18

Considero importante que los especialistas en diseño de estructuras de pavimentos flexibles exploren las posibilidades que les brinda el método de Monte Carlo para visualizar bien el impacto de la variabilidad y de la incertidumbre en la respuesta del modelo.

21. ORIGEN DEL COMPORTAMIENTO INADECUADO DE UNA ESTRUCTURA TERMINADA DE PAVIMENTO VIAL

No he querido cerrar esta exposición sin referirme al origen de la notoria falla prematura presentada por el pavimento de la autopista regional centro occidental en el tramo El Chino La Raya, en el estado Yaracuy, por cuanto representa un caso histórico, en el que a pesar de existir un proyecto muy detallado fundamentado en el uso de técnicas probabilísticas para estimar su fiabilidad, fue muy poco lo que se pudo lograr para obligar a la contratista a poner en práctica **el plan de inspección diseñado para garantizar la obtención de un producto final aceptable.**

Los estudios geotécnicos que sirvieron para avalar el proyecto de la estructura del pavimento hicieron hincapié en la incertidumbre del comportamiento de la estructura vial si no se observaban estrictamente las especificaciones basadas en técnicas probabilísticas de aseguramiento de la calidad. La bondad de estas técnicas probabilísticas y de los procedimientos de inspección basados en ellas fue plenamente comprobada en las estructuras de pavimentos del aeropuerto internacional Simón Bolívar de Maiquetía, Estado Vargas, Venezuela, pues estas estructuras cumplieron su vida de servicio mostrando un comportamiento cónsono con la importancia de este aeropuerto.

En el caso de la autopista Regional Centro Occidental, la cual fue bautizada con el nombre del ex presidente venezolano Rafael Caldera, resultó sumamente difícil, por no decir imposible, la aplicación efectiva de las especificaciones constructivas que fueron utilizadas por las empresas licitantes para la preparación de sus ofertas y que claramente explicaban los riesgos de tipo geotécnico y la incertidumbre relacionada con el control de las cargas en las alcabalas destinadas al cobro del peaje.

Por otra parte, tanto las autoridades como los contratistas habían sido claramente enterados por los consultores geotécnicos sobre las dificultades que presentaban los suelos del lugar, constituidos por arcillas dispersivas que mostraban, además, un comportamiento expansivo al ser expuestas a la acción del agua. Por otra parte, las empresas habían aceptado concurrir al proceso de licitación en conocimiento de que tendrían que emplear técnicas constructivas particulares para el caso y que en consecuencia habían establecido su precio de oferta claramente enteradas de la obligación que se les imponía en las condiciones particulares de la licitación.

El caso trajo un inusitado revuelo con el resultado la buena pro, pues la empresa escogida no cumplió con los requisitos exigidos en las condiciones de licitación y por tal motivo fue rechazada por el Comité de Licitaciones. No obstante, motivado por la falta de recursos financieros, el dueño de la obra (El Estado Venezolano) decidió pactar con la contratista que había sido rechazada por el Comité de Licitaciones y le adjudicó el contrato aduciendo razones de tipo político-financieras, pues dicha empresa ofrecía terminar la obra para la fecha cuando el gobierno concluyera su y garantizaba ponerla en servicio en la fecha solicitada.

Como condición para la conclusión de la obra en el tiempo exigido por el gobierno, la contratista exigió que se utilizaran las especificaciones generales de construcción, y se eliminara la obligación de emplear condiciones particulares, las cuales, según dicha contratista causaban serios escollos para poder cumplir con la fecha de entrega.

Por otra parte, los operadores de la autopista, aduciendo razones de tipo legal, no aplicaron el control de carga que se recomendaba en las especificaciones, el cual se había fundamentado en mediciones efectuadas en la autopista con el empleo de balanzas dinámicas capaces de pesar vehículos en movimiento.

La falla prematura del pavimento no se hizo esperar, presentándose corrimientos impresionantes de la carpeta asfáltica sobre la base de suelo granular estabilizada en planta con cemento Pórtland y colocada con máquina terminadora similar a la empleada para colocar concreto asfáltico.

La lección aprendida en este caso puede resumirse en la siguiente expresión. **“No hay cadena que, como un todo, resulte más resistente que uno de sus eslabones”**. En este caso, el eslabón más débil resultó ser la superficie de la base de suelo estabilizado con cemento, la cual no fue debidamente preparada por la contratista para poder apoyar en ella las carpetas de concreto asfáltico en forma segura y estable, produciéndose movimientos impresionantes.

Por otra parte, y para agravar más la difícil situación causada por la falta de una debida superficie rugosa de apoyo para las capas de concreto asfáltico, la contratista y el Estado decidieron no apoyar a los inspectores, quienes advirtieron sobre el empleo de mezclas asfálticas inadecuadas, cuyas características se alejaban en mucho de las especificadas en los documentos que habían servido de base para la preparación del proceso de licitación.

Los pagos efectuados a la contratista se hicieron a precios muy superiores a los licitados con la aplicación de las especificaciones particulares, lo cual demuestra que el cambio de especificaciones no trajo ahorro alguno a la nación.

Este es un ejemplo que demuestra lo inservible que puede resultar un buen trabajo de proyecto cuando el dueño de la obra sólo espera el impacto político de la misma y desoye a quienes han sido sus asesores y a quienes ha confiado el proyecto de la misma.

Como es de suponer, la falla prematura generó críticas de toda especie y tanto la contratista como el ente operador de la autopista buscaron por todos los medios la forma de culpar al proyectista por el fracaso.

A Dios gracias estudios muy serios realizados con posterioridad a la falla, (del TIPO C al cual se refiere T W Lambe), indicaron que la base de suelo estabilizado con cemento NO PRESENTO FALLA ALGUNA y que la mezcla de concreto asfáltico colocada y compactada por la contratista no cumplía con las especificaciones particulares, ni con las generales, pues fue producida y manejada en forma festinada, con el sólo fin de terminar la obra para una fecha acordada por los motivos ya mencionados.

La experiencia vivida en este caso, en el cual me correspondió ser proyectista del tramo fallado, miembro de la comisión de licitación y posteriormente llegar a ocupar el cargo de Director General del ente ejecutor de la obra durante la última mitad de su construcción, me permite concluir en que “de nada vale tener la razón técnica y detentar poder para tratar de imponerla, si el poder político en juego resulta mayor que el poder técnico y cuando el objetivo perseguido no es otro que festinar los trabajos para cumplir con una fecha impuesta para exaltar la obra de un gobernante.

He querido exponer este interesante caso con el objeto de demostrar que no siempre los razonamientos fundamentados en el ejercicio correcto y ético de la profesión van a tener la acogida esperada, aún en el caso de estar en la cercanía de a quien le corresponde tomar las decisiones de tipo político o empresarial. Es necesario aprender a vender en estos altos estratos jerárquicos la idea del beneficio que les aporta, como responsables de las decisiones finales, el escuchar los consejos de sus asesores técnicos y en hacer todo lo posible para poner en práctica tales consejos.

Los años me han enseñado que un buen consultor no es aquel quien trata de imponer su criterio a su cliente, sino aquel que ha estudiado la mejor manera de venderle la idea de que la aceptación voluntaria del criterio técnico del asesor es una buena decisión, la cual le reportará beneficios económicos tangibles a corto y a largo plazo.

CONCLUSIONES

El método de simulación Monte Carlo resulta especialmente útil para investigar los efectos de la Variación Inherente al suelo y de la incertidumbre, en el comportamiento de muchos sistemas

con los que tiene que tratar el Ingeniero Geotécnico. El programa *Crystal Ball Profesional 2000* permite realizar los cálculos de las Simulación Monte Carlo en forma muy eficiente y también permite obtener mayor precisión con el muestreo que realiza por el método del Hipercubo Latino. Lo más importante para el usuario de la Simulación Monte Carlo es comprender bien los resultados de la simulación y verificar la factibilidad física de los mismos. Cada distribución de salida debe ser analizada con cuidado para obtener el valor esperado, la varianza, el coeficiente de variación y el índice de fiabilidad, especialmente cuando se trata de las distribuciones Gamma y Beta.

Todo el empeño que se ponga en el refinamiento de los cálculos estadísticos puede resultar infructuoso si no está acompañado de un programa ajustado destinado a la supervisión de la obra y de la voluntad por parte de los propietarios de la obra, de obtener un producto final de buena calidad.

AGRADECIMIENTOS

El autor de esta presentación desea expresar su especial agradecimiento a su asistente personal, la Ing. Valentina Martín Martín, quien con suma paciencia revisó el manuscrito, ayudó a preparar e interpretar las simulaciones con el software *Crystal Ball Profesional 2000*.

Igualmente agradece la colaboración de los ingenieros Carlos Rodriguez Alvarez y Francisco Centeno Pulido, quienes con suma paciencia y bondad le permitieron dedicar tiempo de consultoría profesional a la preparación de este trabajo, cuya finalidad es honrar la memoria del distinguido maestro Gustavo Pérez Guerra y contribuir a la formación de estudiantes y profesionales de la ingeniería civil, de quienes depende en gran parte la calidad de vida que nos pueda deparar el futuro.

También agradece la desinteresada colaboración recibida del Prof. Ing. Andrés Martín González, quien ordenadamente le asistió en la interpretación matemática de la distribución de probabilidades Gamma, de sumo interés para el análisis de algunas de las respuestas del programa de simulación *Crystal Ball*.

Finalmente, el autor desea expresar su agradecimiento a la empresa norteamericana Decisioneering Inc. productora del programa *Crystal Ball Profesional 2000*, por haberle concedido la licencia de tan importante herramienta computacional para fines académicos de investigación en el campo de la ingeniería geotécnica, permitiéndole con ello comprobar la excelencia del producto que ella comercializa.

REFERENCIAS

- Asaoka A. and Grivas D.A, 1982, “*Spatial Variability of the Undrained Strength of Clays*”. Journal of Geotechnical Engineering, 108 (5) pag, 743 a 756.
- Baecher Gregory B. and Chistian John T, 2001, “*Natural Variation. Limited Knowledge and the Nature of Uncertainty in Risk Analysis*”.
- Benjamin Jack R. and Cornell Allin, 1970, “*Probability, Statistic of Civil Engineers*”. Mc. Graw & Hill. Pag 124 a 133.
- Boyd Derick, 1997, “*Autocorrelation/ Auto-Regression / Serial Correlation*”. University of East London. Department of Economic. Econometric Theory EC206. Curso de Economía 206. Pag 1 a 9.
- Casagrande Arthur, 1964, “*The Second Terzaghi Lectures*”. Role of the Calculated Risk in Earthwork and Foundation Engineering. ASCE. Terzaghi Lectures. 1963 – 1972. Año 1974. Pag 72 a 138.
- Centeno Werner, Roberto, 1982, “*Inspección y Control de Obras Civiles*” Editorial Técnica Vega. Prueba Kolmogorov Smirnov, pag. 250 a 253
- Centeno Werner, Roberto, 2001, “*Significado del Factor de Seguridad en Geotecnia ¿cuan confiables resultan los diseños geotecnicos a finales del siglo xx?*” XVI Seminario de Geotecnia, Caracas, Noviembre 2001.
- Chiason, P.,Lafleur. J., Soulie, M., and Law K.T, 1995, “*Characterizing Spatial Variability of a Clay by Geostatistics*”. Canadian Geotechnical Journal. 32 .Pag de 1 a 10.
- Chistian J.T, Charles Ladd, Gregory Baecher, 1994, “*Reliability Applied to Slope Stability Analisis*”. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE. Vol. 120. GT12. Pag 2180 a 2207.
- Cornell, C.A, 1971, “*First Orden Uncertainty Analysis of Soil Deformation and Stability*”. Proceedings of 1^{Fst} International Conference of Aplications of Probability and Statistics in Soil and Structural Engineering (ICAPI). Hong Kong. Pag 129 a 144.
- Duncan Michael J, 2000, “*Factors of Safety in Geotechnical Engineering*”. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. Vol. 126 N° 4, Pag 248 a 257.
- Evans James R. and Olson David L, 1998, “*Simulation an Risk Analysis*”. Prentice Hall. Pags 39 a 42
- Griffiths D.V, 1998, “*Elasto –Plastic Finite Element Análisis of Stability Problems in Geo- Engineering*” Simulación con Métodos Numéricos. Editores O.Prado, M.Rao, M. Cerrolaza.” Pag CI-107 a CI-116.
- Hantao Zhang, 2001, “*A Random Jump Strategy For Combinatorial Search*”. Computer Science Department The University of Iowa, Iowa City, IA. Pag 1 a 10.
- Harr Milton E, 1987, “*Realiability-Based Design in Civil Engineering*”. Mc. Graw & Hill. Pag 79 a 87.

Haupt F.J, 1981, "*Prediction of Subgrade Moisture Condition*". X Conferencia internacional sobre Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones. Vol 1. Stockholm, Suecia. Pag 149 a 156.

Hettler A, 1989, "*Reporte General de la Sesión 10 del XII Conferencia Internacional sobre Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones*". Tema: Enfoque Probabilístico en la Ingeniería Geotécnica". Rio de Janeiro Brasil. Pag 2915 a 2926.

Jouette André, 2000, "*El Secreto de los Números*" Ediciones Robinbook Barcelona, España. Pag 210 a 214.

Kraft, L. and Mukhopadhyay, J, 197, "*Probabilistic Analisis of Excavated Earth Slopes*". Proceedings of the Ninth International Conferences of Soils Mechanic and Foundation Engineering. Vol. 2. Tokio, Japan. Pag 109 a 116.

Lambe T.W, 1973, "*Thirteenth Rankine Lecture: Prediction in Soils Engineering*". Geotechnique 23(2), London, England. Pag 151 a 201.

Malkawi Husein A.I., Hassan W.F. y Sarma S.K, 2001, "*An Efficient Search Method for Finding the Critical Circular Slip Surface Ussing The Monte Carlo Technique*". Canadian Geotechnical Journal, Vol 38 N° 5. Octubre 2001, Pag. 1081 a 1089

Meyer Stuart L, 1975, "*Data Análisis for Scientists and Engineers*" Wiley & Sons, pag 158 a 177.

Meyerhoff, G, 1977, "*Partial and Total Safety Factor*". Proceedings of the Ninth International Conferences of Soils Mechanic and Foundation Engineering. Vol. 3. Tokio, Japan. Pag 503 a 505.

Montgomery Douglas C. y Runger George C, 1996, "*Probabilidad y Estadística Aplicadas a la Ingeniería*". Mc Graw Hill. Pag 204 a 212

Morgensten, N, 1995, "*Managing Risk in Geotechnical Engineering*". Proc. of 10th Panamerican Conferences of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Mexican Society of Soils Mechanics, Mexico City, Vol. 4, Pag 102 a 126.

National Research Council of Canada, 1995, "*Métodos Probabilísticos en la Ingeniería Geotécnica*".

Peck R.B, 1969, "*Advantages and Limitations of the Observational Method in Applied Soil Mechanic: 9th Rankin Lecture*", Geotechnique 19(2), London, England. Pag 171 a 187.

Phoon Kok-Kwang And Fred Kulhawy, 1999, "*Characterization of Geotechnical Variability*". Canadian Geotechnical Journal. Vol. 36. N° 4. Pag 612 a 624.

Ross Sheldon M, 1997, "*Simulación*" Editorial Prentice Hall Pag 36 a 85.

Vanmarcke, E.H, 1977, "*Probabilistic Modeling of Soil Profiles*". Journal of the Geotecnical Engineering Division, ASCE. Vol. 103. GT11. Pag 1227 a 1246.

Whitman Robert V, 2000, "*Organizing and Avaluating Uncertainty in Geotechnical Engineering*". Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. Vol. 127 N° 7. Pag 583 a 593.

Wu, T.H, 1974, "*Uncertainty Safety and Decision in Soil Engineering*". Journal of the Geotecnical Engineering Division, ASCE. Vol. 100. GT3. Pag 329 a 348.